# Макроэкономика и банковский кризис

# ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ШОКОВ НА ДИНАМИКУ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В РОССИИ И РАЗРАБОТКА УСЛОВНЫХ ПРОГНОЗОВ НА ОСНОВЕ BVAR-МОДЕЛИ РОССИЙСКОЙ ЭКОНОМИКИ

Анна ПЕСТОВА\*, Михаил МАМОНОВ\*\*

- \* Кандидат экономических наук. E-mail: apestova@forecast.ru
- \*\* Кандидат экономических наук. E-mail: mmamonov@forecast.ru

Центр макроэкономического анализа и краткосрочного прогнозирования (ЦМАКП), Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН (ИНП РАН), НИУ ВШЭ (117418, Москва, Нахимовский просп., 47).

### Аннотация

В работе проанализировано влияние внутренних и внешних шоков на макроэкономические показатели российской экономики при помощи байесовской модели векторной авторегрессии (BVAR). Разработаны условные (сценарные) прогнозы на среднесрочную перспективу (до 2017 года), результаты которых сопоставлены с прогнозами Министерства экономического развития РФ (МЭР). Показано, что в рамках одних и тех же сценарных условий BVAR-модель предсказывает более глубокую и более затяжную рецессию на среднесрочном горизонте по сравнению с прогнозом МЭР. На основе проведенного сопоставительного анализа сценарных прогнозов удалось выявить узкие места в прогнозировании по модели МЭР и в рамках BVAR, потенциально способные ухудшать качество прогнозов.

**Ключевые слова:** модель байесовской векторной авторегрессии, BVAR, внешние и внутренние шоки, условный прогноз, сценарный прогноз.

**JEL:** E43, E44, E52, E58.

# Οικονομια • Πολιτικ

# Введение

бзор методов неструктурного макроэкономического прогнозирования, представленный в: [Мамонов, Пестова, 2016], позволяет сделать вывод о том, что байесовские векторные авторегрессии (BVAR) обладают большим потенциалом для анализа шоков в экономике и позволяют строить условные (сценарные) прогнозы для моделей большой размерности. В упомянутой работе показано, что в условиях дефицита пригодных для прогнозирования теоретически обоснованных современных макроэкономических моделей (DSGE1

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-06-07419 а. Авторы выражают благодарность участникам научных семинаров «Многомерный статистический анализ и вероятностное моделирование реальных процессов» (ЦЭМИ РАН) и «Макроэкономические исследования» (МГУ им. М. В. Ломоносова) за плодотворное обсуждение предварительной версии статьи. За все возможные ошибки и неточности несут ответственность только авторы. Результаты прогнозов, приведенные в статье, представляют оценку авторов и не являются официальной позицией Центра макроэкономического анализа и краткосрочного прогнозирования.

<sup>1</sup> Dynamic Stochastic General Equilibrium model — динамическая стохастическая модель общего равновесия. Канонические DSGE-модели представлены в: [Smets, Wouters, 2003; Smets, Wouters, 2007].

в России<sup>2</sup>), а также в условиях отсутствия консенсуса по поводу работоспособности DSGE-моделей в развивающихся странах в целом эмпирические модели BVAR являются гибкой и жизнеспособной альтернативой.

Большая часть зарубежной и значительная часть российской литературы сфокусирована на анализе качества безусловных макроэкономических прогнозов, полученных при помощи BVAR, в сравнении с другими неструктурными моделями (см., например: [Banbura et al., 2010; Koop, 2013; Carriero et al., 2013; Demeshev, Malakhovsyaya, 2015]). Разработке условных прогнозов, на наш взгляд, в литературе до сих пор уделяется недостаточно внимания. Исключения составляют работа [Banbura et al., 2015] посвященная прогнозированию экономик стран зоны евро, и аналогичная работа [Дерюгина, Пономаренко, 2015] по России.

Отличия данной работы от двух последних исследований состоят в следующем. Во-первых, в ней разрабатываются условные прогнозы по внешним (экзогенным) для России переменным, взятым в качестве сценарных условий. Напротив, в работе [Banbura et al., 2015] в качестве сценарных условий используются траектории внутренних (эндогенных) переменных — объемов производства (ВВП), инфляции и краткосрочной процентной ставки — для изучения качества прогнозирования прочих показателей. Последняя постановка редко встречается в практических задачах органов, отвечающих за разработку экономической политики. В данной же работе эмпирический дизайн приближен к практическим задачам: здесь разрабатываются вневыборочные условные (сценарные) прогнозы на среднесрочную перспективу, где в качестве сценарных параметров используются показатели конъюнктуры на мировых финансовых и сырьевых рынках, внешних по отношению к России.

Во-вторых, в отличие от работы [Дерюгина, Пономаренко, 2015], где строятся вневыборочные условные прогнозы на реализовавшемся временном отрезке (контрфактические симуляции для периода 2008—2013 годов), в данной работе применяется модель BVAR для прогнозирования будущего (2016–2017 годы) по внешним условиям, сопоставимым с официальными прогнозами Минэкономразвития РФ. Также в отличие от вышеупомянутой работы до собственно прогнозирования мы пытаемся приоткрыть «черный ящик» модели с помощью анализа эффектов различных шоков, действующих на российскую экономику. Если реакция переменных на шоки соответствует экономической интуиции и теоретическим представлениям, то это дает дополнительный аргумент в пользу адекватности построенной модели. В работе [Дерюгина, Пономаренко, 2015] анализ эффектов шоков проводится только для ограниченного числа переменных, а также в весьма общем виде — с помощью метода обобщенной идентификации GIRF (Generalized Impulse Response Functions — обобщенные импульсные функции отклика), который подвержен проблеме внутренней несогласованности множества доступных идентификационных схем и по этой причине дает недостаточно информации о связях переменных внутри модели.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Большинство российских DSGE-моделей, насколько нам известно, пока не используются для макроэкономического прогнозирования (см.: [Полбин, 2014; Шульгин, 2014]).

Данная работа представляет собой промежуточные результаты продолжающегося проекта по разработке модели макроэкономического прогнозирования для России на основе методологии BVAR. В одном из смежных исследований [Pestova, Mamonov, 2016], которое можно рассматривать как дополнение к данной работе, оцениваются эффекты финансовых санкций ЕС и США на российские макроэкономические показатели в 2014—2015 годах на основе схожей BVAR-модели, но с расширенным макроэкономическим блоком.

Работа построена следующим образом. В разделе 1 описываются общая форма модели BVAR, априорные распределения коэффициентов и способ идентификации шоков, которые были использованы при построении модели. В разделе 2 представлена спецификация модели BVAR российской экономики, обсуждаются имеющиеся данные и состав переменных. В разделе 3 приведена оценка оптимальных значений гиперпараметров априорного распределения параметров BVAR-модели и анализ импульсных функций отклика. В разделе 4 проводится сравнение результатов среднесрочных прогнозов, полученных в рамках BVAR, с прогнозами Минэкономразвития РФ. В заключительном разделе формулируются выводы работы.

# 1. Описание общего вида модели, процедуры оценивания и базового выбора гиперпараметров

В данной работе в качестве инструмента исследования используется методология байесовского оценивания векторных авторегрессий (Bayesian VAR).

Модели векторных авторегрессий получили широкое распространение в области макроэкономических исследований благодаря фундаментальной работе
[Sims, 1980]. В рамках VAR экономика на агрегированном уровне моделируется
как система взаимосвязанных уравнений, где каждая макроэкономическая
переменная объясняется своей собственной предысторией и предшествующей
динамикой всех прочих переменных. VAR представляют собой менее жесткую альтернативу «большим макроэконометрическим» моделям (см. обзор
в: [Пестова, Мамонов, 2016]), поскольку (1) учитывают лаговую структуру
взаимовлияния переменных, «прямые» и «обратные связи» между ними, (2) не
разделяют переменные на априори экзо- и эндогенные — все переменные
трактуются как эндогенные, (3) позволяют связям между переменными формироваться данными, а не априорным заданием формы уравнения.

В мире, где публикуются и обрабатываются большие массивы макроэкономических данных (large datasets, или data rich environment, см.: [Bernanke et al., 2005]), оценки малоразмерных VAR, предложенных в: [Sims, 1980], могут быть неточны на малых выборках и смещены из-за проблемы пропущенных переменных. Поэтому с 1980-х годов начали развиваться байесовские методы оценки средне- и большеразмерных VAR, в которых число переменных сначала не достигало десятка [Litterman, 1986], а затем составило более сотни [Banbura et al., 2010].

При оценке VAR-модели с большим количеством переменных и большим количеством лагов число оцениваемых параметров может значительно пре-

вышать число доступных наблюдений — так называемая проблема проклятия размерности (curse of dimensionality). В таких условиях оценки коэффициентов либо вообще невозможно получить, либо они оказываются неточными (слишком большие стандартные ошибки) и не пригодными для дальнейшего структурного анализа и прогнозирования. Байесовские методы предлагают решение этой проблемы благодаря использованию априорных предположений относительно коэффициентов VAR-модели, их дисперсии и ковариации, что позволяет снизить число оцениваемых параметров — вернее, ограничить (shrink) их вариацию относительно априорных (чаще всего нулевых) средних — и тем самым решить проблему проклятия размерности и улучшить качество прогнозов. Другими словами, байесовский подход позволяет «сжать» пространство оцениваемых коэффициентов модели в сторону априорных представлений о характере процесса, порождающего данные.

В частности, стандартным и наиболее простым способом ограничения числа параметров является так называемое априорное распределение Миннесота (*Minnesota prior*), где предполагается, что переменные модели являются независимыми случайными блужданиями (авторегрессиоными процессами с коэффициентом 1 при первом лаге переменной, предположение может быть ослаблено для стационарных переменных). При этом байесовский метод позволяет совместить априорные представления, необходимые для повышения точности оценивания, с информацией, содержащейся в данных. Для построения конечных (апостериорных) оценок в этом методе используется вся информация, содержащаяся в функции правдоподобия, и тем самым прогноз на основе байесовской модели и импульсные функции отклика полностью инкорпорируют неопределенность относительно параметров модели.

Рассмотрим стандартный VAR(P)-процесс для N эндогенных переменных и P лагов (см.: [Blake, Mumtaz, 2012]):

$$Y_{t} = c + B_{1}Y_{t-1} + B_{2}Y_{t-2} + \dots + B_{p}Y_{t-p} + \varepsilon_{t}, \tag{1}$$

где  $Y_{\iota} = (Y_{\iota}, Y_{2\iota}, ..., Y_{N\iota})'$  — это вектор-столбец значений N временных рядов в момент t;  $\varepsilon_{\iota} = (\varepsilon_{\iota\iota}, \varepsilon_{\iota\iota}, ..., \varepsilon_{N\iota})'$  — вектор-столбец регрессионных ошибок, распределенных (по предположению) по нормальному закону с нулевым средним и ковариационной матрицей  $E(\varepsilon_{\iota}, \varepsilon_{\iota}') = \Sigma$  размерности  $N \times N$ ,  $\varepsilon_{\iota} \sim N(0, \Sigma)$ . Каждая матрица  $B_{\iota}$  содержит коэффициенты перед всеми эндогенными переменными в  $Y_{\iota}$ , взятыми с лагом k (k=1...P), и имеет размерность  $N \times N$ . Каждое из N уравнений содержит K=1+N\*P неизвестных параметров, подлежащих оценке, так что общее количество оцениваемых параметров составляет  $N \times K$ .

В компактной форме модель (1) записывается в виде:

$$Y_{t} = X_{t} B + \varepsilon_{t}, \tag{2}$$

где  $X_t = \{c_i, Y_{it-1}, Y_{it-2}, ..., Y_{it-P}\}$  — это вектор-строка, образующая на доступных наблюдениях t = 1...T матрицу размерности  $T \times (1+N*P)$ ; B — матрица коэффициентов размерности  $N \times (1+N*P)$ .

Принимая во внимание проблему «проклятия размерности», о которой было сказано выше, мы оценивали уравнение (2) байесовскими методами, следуя идее ранней работы [Doan et al., 1984] и более современным эмпирическим работам, таким как [Banbura et al., 2010; Carriero et al., 2013; Giannone et al., 2015] и др.

В общем виде, согласно формуле Байеса, байесовские оценки модели (2) BVAR (Bayseian VAR) представляют собой апостериорные плотности распределения  $p(B, \Sigma|Y_i)$  коэффициентов B — в отличие от точечных оценок в классической эконометрике — и ковариаций шоков  $\Sigma$  при условии доступных данных, содержащихся в  $Y_i$ :

$$p(B,\Sigma|Y_t) = \frac{p(Y_t|B,\Sigma) \cdot p(B,\Sigma)}{p(Y_t)},$$
(3)

где  $p(Y_t|B,\Sigma)$  — функция правдоподобия, построенная на имеющихся данных, то есть вероятность получить данные  $Y_t$  при условии, что параметры модели примут значения B и  $\Sigma$ ;  $p(B,\Sigma)$  — совместное априорное распределение параметров;  $p(Y_t)$  — предельная плотность данных (не зависит от параметров модели и потому не влияет на оценки).

Для формализации байесовской версии модели (2) в качестве априорного распределения коэффициентов и шоков модели было выбрано совместное независимое нормальное распределение для b = vec(B) и обратное распределение Уишарта для  $\Sigma$  (*Independent Normal-Inverted Wishart prior*), предложенное в: [Kadiyala, Karlsson, 1997]:

$$p(b,\Sigma) = p(b) \cdot p(\Sigma). \tag{4}$$

Эта форма совмещает в себе достоинства классического априорного распределения Миннесота (Minnesota prior), позволяющего существенно сжимать пространство оцениваемых коэффициентов, с достоинствами естественных сопряженных априорных распределений (Natural conjugate priors), трактующих матрицу ковариаций шоков как случайную, что позволяет учитывать неопределенность относительно будущих шоков, а не считать их заранее определенными. Кроме того, в независимом нормальном-обратном априорном распределении Уишарта, в отличие от сопряженного аналога, появляется возможность накладывать различные априорные предположения на коэффициенты для разных уравнений модели, что, например, позволяет специфицировать small open economy prior — предположение о независимости переменных состояния мировой экономики от внутренних российских переменных. Вместе с тем независимость В и  $\Sigma$ приводит к утрате свойства сопряженности — апостериорное распределение коэффициентов и ковариаций шоков в общем случае не входит в тот же класс распределений, что и их априорные распределения. Это приводит к невозможности аналитического представления апостериорного распределения и к существенному усложнению вычислительных процедур. Однако это перестало быть проблемой со второй половины 1990-х годов

в связи с ускоренным развитием компьютерных мощностей и алгоритмов численного интегрирования — методов Монте-Карло на марковских цепях (*Monte-Carlo Markov Chain*<sup>3</sup>, см. ниже) [Geweke, Whiteman, 2006].

Следуя [Blake, Mumtaz, 2012], специфицируем априорные представления о неизвестных параметрах модели (2) следующим образом:

- 1) априорное распределение векторизованных коэффициентов модели b = vec(B):  $p(b) \sim N(b_0, H)$ :
- вектор априорных средних  $b_0$  размерности  $[N*(1+N*P)] \times 1$ ;
- ковариационная матрица H размерности  $[N*(1+N*P)] \times [N*(1+N*P)]$  коэффициентов  $b_0$ ;
- 2) априорное распределение ковариационной матрицы шоков  $\Sigma$  обратное распределение Уишарта (многомерное обобщение обратного гамма-распределения):  $p(\Sigma) \sim IW(S_0, v)$ , где  $S_0$  масштабирующая матрица, v число степеней свободы.

Далее, основной вопрос заключается в том, как задать конкретные априорные значения для  $b_0$ , H и  $\Sigma$ . Остановимся на этом более подробно.

- 1. Априорные средние значения коэффициентов B модели VAR:
- перед переменной  $(Y_{i:-1})$ : значение 1 (в случае нестационарности переменной) или значение коэффициента в AR(1)-модели этой же переменной (в случае ее стационарности);
- перед переменными  $Y_{it-p}$  для всех  $p=2 \dots P$ : значение 0;
- перед переменными  $Y_{it-p}$  для всех  $j \neq i$  и  $p = 1 \dots P$ : значение 0.

Таким образом, каждый временной ряд в модели (2) объясняется в первую очередь своей предысторией, а не лагами прочих переменных; при этом среди своих собственных лагов первый играет ключевую роль. Формально вектор априорных средних описывается следующим образом:

$$b_0 = vec B = (0b_{11}^0 0...000b_{22}^0 0...0...00...b_{NN}^0 0...0).$$
 (5)

2. Априорные значения матрицы ковариаций коэффициентов B модели VAR задаются диагональной матрицей  $H = \{h_{kk}\}$ , где элементы на главной диагонали  $h_{kk}$  ( $k=N^*(1+N^*P)$ ) определяются как:

$$\left(\frac{\lambda_1}{k^{\lambda_3}}\right)^2, \text{ если } i = j; \left(\frac{\sigma_i \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_j k^{\lambda_3}}\right)^2, \text{ если } i \neq j; \text{ и } \left(\sigma_i \lambda_4\right)^2$$
 для констант; 
$$i, j = 1 \dots N. \tag{6}$$

где  $\lambda_1$  — параметр общей жесткости априорного распределения;  $\lambda_2$  — параметр значимости прочих переменных в уравнении данной переменной;

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Монте-Карло — методы генерации большого числа реализаций случайного процесса для оценки вероятностных характеристик этого процесса. Марковская цепь — стохастический процесс, у которого при фиксированном настоящем будущее не зависит от прошлого.

 $\lambda_3$  — параметр скорости убывания влияния каждого последующего лага данной переменной в ее собственном уравнении (жесткость приора при лаге k относительно лага 1);  $\lambda_4$  — параметр, отражающий представления о константе в каждом уравнении. В качестве базовых были приняты рекомендуемые в эмпирической литературе значения:  $\lambda_1$ =0,1,  $\lambda_2$ =0,5,  $\lambda_3$ =1,  $\lambda_4$ =100.  $\sigma_i$  — оценка стандартного отклонения регрессионного остатка  $\varepsilon_i$  в уравнении i, получаемая на основе AR(1)-регрессии каждой из эндогенных переменных модели. Таким образом, матрица H имеет вид:

$$H = \begin{pmatrix} \left(\sigma_{1}\lambda_{4}\right)^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \left(\frac{\lambda_{1}}{k^{\lambda_{3}}}\right)^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\sigma_{1}\lambda_{1}\lambda_{2}}{\sigma_{2}k^{\lambda_{3}}}\right)^{2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \left(\frac{\sigma_{1}\lambda_{1}\lambda_{2}}{\sigma_{N}k^{\lambda_{3}}}\right)^{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\sigma_{1}\lambda_{1}\lambda_{2}}{\sigma_{N}k^{\lambda_{3}}}\right)^{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & \left(\frac{\lambda_{1}}{k^{\lambda_{3}}}\right)^{2} \end{pmatrix}$$

$$(7)$$

3. Априорные значения матрицы  $\Sigma$  ковариаций шоков  $\varepsilon_{t}$  модели VAR задаются в виде диагональной матрицы с оценками стандартных отклонений шоков на главной диагонали, где оценки получены на основе набора из N AR(1)-регрессий каждой из эндогенных переменных модели.

Оценка коэффициентов и ковариаций шоков требует извлечений из апостериорного распределения. Для этого используются уже отмеченные выше процедуры численного интегрирования — MCMC-методы, среди которых в BVAR наибольшее распространение получил алгоритм сэмплирования по Гиббсу ( $Gibbs\ sampling$ )<sup>4</sup>.

Интегрирование по методу Монте-Карло устроено следующим образом. Есть (априорное) распределение параметра  $\theta$ :  $p(\theta)$ . Предположим, необходимо рассчитать среднее значение  $\theta$ , то есть интеграл  $I = \int_{\theta} \theta \cdot p(\theta) d\theta$ . Тогда можно аппроксимировать численное значение интеграла путем генерации G извлечений  $p(\theta)$  из и расчета  $\hat{I}_G = \frac{1}{G} \sum_{i=1}^G \theta_i$ . Проблема состоит в том, что интегрирование по методу Монте-Карло работает только в случае, когда

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Сэмплирование по Гиббсу — алгоритм для генерации выборки совместной плотности множества случайных величин в условиях, когда совместное распределение не известно, но условные плотности известны. На каждом шаге значение случайной величины извлекается при фиксированных остальных. Последовательность получаемых значений сходится к маржинальной (предельной) плотности.

известно  $p(\theta)$ . Однако выбранная выше априорная форма распределения не дает аналитически представимого апостериорного распределения. Алгоритм сэмплирования по Гиббсу позволяет решить эту проблему.

Следующие два статистических факта позволяют запустить алгоритм сэмплирования по Гиббсу — процедуру сэмплирования коэффициентов и матрицы ковариаций шоков BVAR.

*Первый факт.* В: [Kadiyala, Karlsson, 1997] показано, что апостериорное распределение b, условное по  $\Sigma$ , нормально:

$$p(b|\Sigma, Y_t) \sim N(M^*, V^*), \tag{8}$$

где:

- $M^* = (H^{-1} + \Sigma^{-1} \otimes X_t' X_t)^{-1} (H^{-1} b_0 + \Sigma^{-1} \otimes X_t' X_t \hat{b})$  вектор-столбец средних значений распределения, имеющий размерность  $[N^*(1+N^*P)] \times 1$ , где  $\hat{b} = vec((X_t' X_t)^{-1} (X_t' Y_t))$  вектор размерности  $[N^*(1+N^*P)] \times 1$ , представляющий собой МНК-оценку коэффициентов b модели BVAR;
- $V^* = (H^{-1} + \Sigma^{-1} \otimes X_t' X_t)^{-1}$  ковариационная матрица размерности  $[N^* (1+N^*P)] \times [N^* (1+N^*P)]$ .

*Второй факт.* Апостериорное распределение  $\Sigma$ , условное по b, имеет форму обратного распределения Уишарта:

$$p(\Sigma \mid b, Y_t) \sim IW(\overline{\Sigma}, T + \alpha),$$
 (9)

где  $\overline{\Sigma} = S_0 + (Y_t - X_t B)'(Y_t - X_t B)$  и  $T + \alpha = T + (N+1)$ .

Алгоритм сэмплирования по Гиббсу для модели (2) состоит в следующем (см.: [Blake, Mumtaz, 2012]).

- **Шаг 1:** Задается априорное распределение для b и  $\Sigma$ :  $p(b) \sim N(b_0, H)$  и  $p(\Sigma) \sim IW(S_0, k)$ ; задается начальное значение для  $\Sigma$  (обычно МНК-оценка или единичная матрица).
- *Шаг 2:* Проводится первое извлечение коэффициентов b модели (2) из условного апостериорного распределения  $p(b|\Sigma,Y_i)\sim N(M^*,V^*)$ : на основе известных  $M^*$  и  $V^*$  рассчитывается  $b^1=M^*+(\overline{b}*(V^*)^{1/2})'$ , где  $\overline{b}$  случайное извлечение из стандартного нормального распределения.
- **Шаг 3:** после того как рассчитано  $\overline{\Sigma} = S_0 + (Y_t X_t B^1)'(Y_t X_t B^1)$ , проводится первое извлечение  $\Sigma$  из условного апостериорного распределения  $p(\Sigma \mid b, Y_t) \sim IW(\overline{\Sigma}, T + \alpha)$ .
- *Шаг 4: шаги 2* и *3* повторяются заданное исследователем число раз, чтобы получить наборы извлечений  $B^1$ ,  $B^2$ , ...,  $B^G$  и  $(\Sigma)^1$ ,  $(\Sigma)^2$ , ...,  $(\Sigma)^G$ . Эти извлечения формируют эмпирические условные плотности b и  $\Sigma$ , которые при определенных условиях регулярности сходятся к маржинальным распределениям. На основе этих извлечений далее могут быть рассчитаны любые процентили полученного эмпирического распределения, в том числе средние или медианы. На основе данного набора извлечений могут быть рассчитаны функции отклика и прогнозы, безусловные и условные.

# 2. Спецификация модели BVAR российской экономики

Для спецификации модели BVAR российской экономики на текущем этапе исследования были выбраны 10 переменных, сгруппированных в 3 блока (среднеразмерная модель):

- 1) переменные внешнего сектора: индекс волатильности на мировых финансовых рынках VIX (VIX), цена нефти марки *Brent* (*Brent*), объем российского экспорта в ценах 2007 года (*Export*);
- 2) внутренние нефинансовые переменные: объем ВВП в сопоставимых ценах 2007 года (GDP); индекс потребительских цен, 2007 = 100 (*CPI*);
- 3) внутренние финансовые и монетарные переменные: объем внешнего корпоративного долга РФ (без учета долга перед прямыми инвесторами) (ExtDebt), процентная ставка по рублевым кредитам предприятиям (LnsRate), задолженность населения и предприятий по банковским кредитам (Lns), денежная база (MB), номинальный курс рубля (стоимость бивалютной корзины) (ExRate).

В качестве источников данных использовались интернет-сайты Росстата, Банка России, ИА «Финам», Минэкономразвития РФ, Минфина РФ.

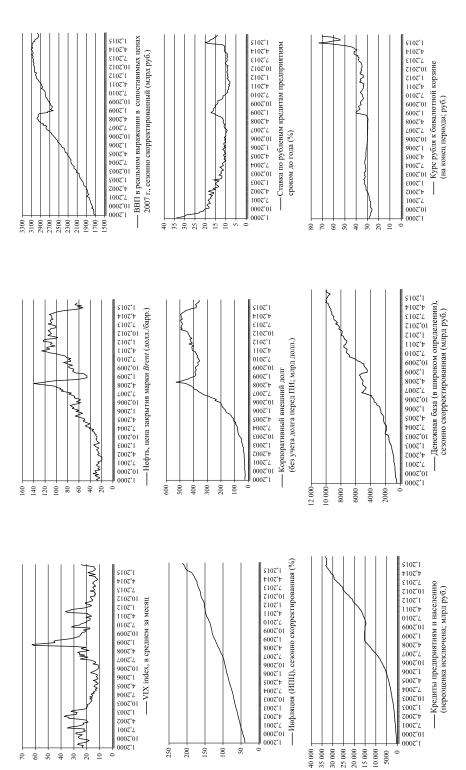
Все переменные (кроме процентной ставки) были взяты в логарифмах уровней. Ряды переменных были очищены от сезонных эффектов (процедура X12 статистического пакета Eviews).

Модель оценивалась на временном периоде с января 2000-го по сентябрь 2015 года (189 наблюдений; рис. 1). Глубина лага P составила 13 месяцев (для учета остаточной сезонности). Таким образом, число оцениваемых коэффициентов составило 1310: (10 уравнений) × (13 лагов × 10 переменных + константа).

Как известно, коэффициенты BVAR-модели и их знаки не могут служить источником информации о взаимосвязи переменных ввиду их большого числа, незначимости и частой смены знаков при различных лагах. Для оценки эффектов инноваций в уравнениях различных переменных могут быть построены импульсные функции отклика. Для того чтобы эти функции были информативными, необходимо, чтобы инновации (шоки) в различных уравнениях были ортогональны друг другу. Если условие ортогональности шоков не выполнено, то функции отклика будут отражать не воздействие инноваций конкретного уравнения, а влияние смеси скоррелированных шоков (то есть мы не сможем выявить «чистый» эффект интересующей нас инновации).

Существует множество способов ортогонализации остатков уравнения VAR: рекурсивная идентификация (разложение Холецкого), наложение краткосрочных ограничений на воздействие шоков на переменные, наложение долгосрочных ограничений, идентификация путем наложения ограничений на знаки функций отклика [Uhlig, 2005]. В данной работе мы приводим результаты рекурсивной ортогонализации по Холецкому.

Рекурсивная идентификация подразумевает следующее преобразование исходных инноваций (остатков) VAR-модели:  $\varepsilon_t = F v_t$ , где ковариационная матрица преобразованных остатков — единичная:  $E(v_t, v_t') = I$ . Связь между первоначальной ковариационной матрицей  $\Sigma$  и матрицей факторизации F описывается соотношением  $FF' = \Sigma$ . В общем случае может быть множество



Источники: данные Росстата (http://www.gks.ru/); Банка России (http://www.cbr.ru/); ИА «Финам» (http://www.finam.ru/); Минэкономразвития РФ (http://economy. gov.ru/minec/main); Минфина РФ (http://minfin.ru/ru/); расчеты авторов.

Рис. 1. Исходные данные BVAR-модели российской экономики (до логарифмирования)

способов такой факторизации, однако разложение на произведение матриц FF', где F — нижнетреугольная матрица — единственное. Разложение Холецкого подразумевает следующую интерпретацию обнуления элементов выше главной диагонали матрицы F: шок первой переменной оказывает одновременное влияние только на нее саму, шок второй — на первую и на вторую, шок третьей — на все три и т. д. По сути, это означает необходимость упорядочивания переменных по скорости реакции на шоки: от переменных внешнего сектора, которые реагируют только на свои инновации, к внутренним переменным нефинансового сектора, которые нечувствительны в тот же момент времени к неожиданным изменениям в финансовом секторе и монетарной сфере, но реагируют на внешнеэкономические колебания. Внутренние монетарные и финансовые переменные в этой схеме реагируют на шоки внешних и реальных переменных (рис. 2) $^5$ .

В данной работе предполагается наличие 10 ортогональных шоков (или инноваций), по одному на каждую переменную, и для их идентификации используется рекурсивная идентификация по Холецкому. При этом считается, что число действующих на экономику структурных шоков 6, скорее всего, меньше числа переменных среднеразмерной модели и для их идентификации должны применяться более сложные процедуры. Здесь не рассматривается связь идентифицированных нами инноваций со структурными шоками, этот вопрос может стать предметом дальнейших исследований.

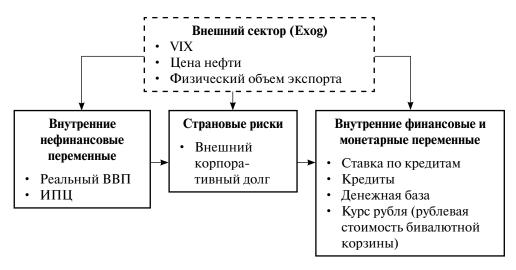


Рис. 2. Схема идентификации шоков BVAR-модели

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Такое упорядочивание соответствует опыту существующих работ: по малой открытой экономике [Buckle et al., 2007; Dungey, Fry, 2009] и по учету блока монетарных показателей в структурных VAR-моделях [Bernanke, Mihov, 1998; Christiano et al., 1999].

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> См. обзор действующих структурных шоков в работе [Ramey, 2016]. Под структурными шоками вслед за этой работой мы понимаем первоначальные (примитивные) экзогенные импульсы, которые не коррелируют друг с другом и имеют экономическую интерпретацию. Другими словами, структурными шоками считаются эмпирические аналоги шоков, которые обсуждаются в теоретических макроэкономических моделях: технологические шоки, шоки монетарной и фискальной политики и др.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> В работе [Forni, Gambetti, 2010] предполагается, что число структурных шоков значительно меньше числа переменных и, кроме того, меньше числа главных факторов.

# 3. Результаты оценивания модели BVAR российской экономики

На первом этапе был произведен выбор гиперпараметра общей жест-кости априорного распределения  $\lambda_1$  BVAR-модели на основе внутривы-борочной среднеквадратической ошибки прогноза (RMSFE). Результаты оптимизации общей жесткости априорного распределения представлены в табл. 1.

С точки зрения качества вневыборочного прогнозирования оптимальным является более сильное сжатие в сторону априорного распределения:  $\lambda_1$ =0,05 и  $\lambda_1$ =0,1 (наименьшая ошибка прогноза).

Таблица 1 Вневыборочная среднеквадратическая ошибка прогноза (RMSFE) (% от среднего)

	VIX	Brent	Export	GDP	CPI	ExtDebt	LnsRate	Lns	MB	ExRate
$\lambda_1 = 0.05$	18,9	5,06	1,94	0,22	1,35	2,82	25,7	0,98	0,72	6,22
$\lambda_1 = 0,1$	20,7	4,98	1,97	0,20	1,32	4,21	32,4	0,73	0,83	6,14
$\lambda_1 = 0.15$	21,5	5,25	1,98	0,23	1,35	5,20	29,2	0,65	0,99	6,19
$\lambda_1 = 0,2$	22,0	5,11	1,93	0,31	1,33	6,35	34,0	0,49	1,29	6,20

Примечания. 1. Период оценивания: январь 2000-го — декабрь 2011 года.

2. Период прогнозирования: январь 2012-го — сентябрь 2015 года.

Серым фоном выделены наименьшие значения (по столбцам).

Источник: расчеты авторов.

Далее оценка адекватности модели проводилась на основе анализа импульсных функций откликов в соответствии со схемой идентификации, описанной выше.

Все расчеты по модели BVAR были осуществлены в пакете MATLAB (10000 извлечений из апостериорных распределений коэффициентов модели).

Регрессионным остаткам (инновациям) в каждом уравнении задавался единичный шок, который затем преобразовался в ортогональный, то есть шок, не связанный с прочими инновациями. Отклики на эти шоки анализировались на горизонте 60 месяцев.

Шок доверия на мировых финансовых рынках (переменная VIX) оказывает статистически значимое воздействие на 7 из 10 переменных (рис. 3). Рост волатильности на мировых финансовых рынках ведет к значимому отрицательному изменению цен на нефть и экспорта РФ (ввиду ожиданий снижения мирового спроса на сырье), к снижению внутреннего производства (1% роста VIX соответствует снижение реального ВВП примерно в размере 0,03%; для сравнения: в 2008 году рост VIX в отдельные месяцы составлял свыше 100%), к снижению внешней и внутренней долговой нагрузки, к сокращению денежной эмиссии и к ослаблению курса рубля по отношению к бивалютной корзине. Влияние шока VIX на инфляцию (ИПЦ) оказалось незначимым.

Шок цены на нефть (переменная Brent) оказывает статистически значимое воздействие на 7 из 10 переменных (рис. 4). В ответ на рост нефтяных цен в России наблюдается увеличение экспорта, рост реального ВВП (в ответ на каждый 1% роста цены нефти ВВП увеличивается в точке максимума на 0,05%), снижение ИПЦ (возможное объяснение — через укрепление курса рубля, которое является «ценовым якорем» и ведет к снижению инфляции), рост внешнего долга в первый год и внутреннего кредитования — во второй, рост эмиссии и укрепление рубля.

Шок физического объема экспорта (переменная Export). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие на 3 из 10 переменных (рис. 5). Под действием этого шока наблюдается краткосрочный рост ВВП (чувствительность ВВП к росту физического объема экспорта составляет на пике воздействия 0,03), непродолжительное сокращение инфляционного давления, небольшое укрепление курса рубля.

Шок реального ВВП (переменная GDP) приводит к росту инфляционного давления (переменные меняются совместно в рамках бизнес-цикла, на 1% увеличения реального ВВП приходится на максимуме 0,38% роста инфляции), к росту внешнего долга (2%) и внутреннего кредитования (за счет спроса на новые займы; в данном случае эластичность ниже, чем в случае внешнего долга). Одновременно растет объем денежной эмиссии (рис. 6).

Шок инфляции (переменная *CPI*). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие на 4 из 10 переменных (рис. 7). Ускорение инфляции негативно влияет на динамику производства. Рост ИПЦ ведет к непродолжительному снижению внешнего долга, к увеличению эмиссии и негативно влияет на устойчивость российской валюты.

Шок внешнего долга (переменная ExtDebt). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие на 5 из 10 переменных (рис. 8). Ускорение привлечения внешних займов из-за рубежа ведет к положительному импульсу внутреннего производства на протяжении примерно 20 месяцев (эластичность на пике составляет 0,06), к снижению инфляции, к росту внутреннего кредитования (возможное объяснение — комплементарность внешних и внутренних кредитных рынков). Также через канал притока валютной выручки и соответствующего роста спроса на рубли растет денежная эмиссия и укрепляется обменный курс национальной валюты.

Шок внутренних процентных ставок (переменная LnsRate). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие на 4 из 10 переменных (рис. 9). Рост ставки по кредитам негативно сказывается на объеме внутреннего производства (ВВП). Увеличение кредитной ставки ведет к небольшому росту ИПЦ на протяжении нескольких месяцев (так называемая загадка цен — price puzzle, возможная причина которой — действие канала издержек монетарной политики (см.: [Barth, Ramey, 2002]), рост издержек производства в ответ на удорожание заемных ресурсов фирм). Прослеживается комплементарность между внутренним и внешним долгом: в ответ на рост стоимости заимствования внутри страны снижается внеш-

ний долг. На кредитном рынке в ответ на рост ставки наблюдается снижение кредитования банками (однако ноль включен в достоверный интервал). Также в ответ на рост ставки по кредитам обнаружено небольшое снижение денежной эмиссии (с лагом более года).

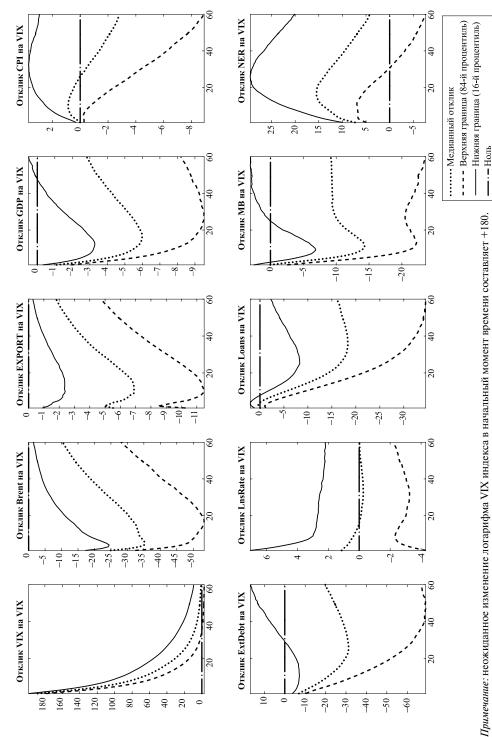
Шок внутренних кредитов (переменная Lns). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие на 4 из 10 переменных (рис. 10). Наблюдается рост внутреннего производства длительностью примерно в год (эластичность равна 0,07), значимо и устойчиво растет ИПЦ. Влияние на ставки по кредитам незначимо. С большим лагом (свыше 2 лет) под рост внутреннего кредитования подстраивается денежная эмиссия, которая растет для обеспечения ликвидности банковского сектора. Также вследствие роста внутреннего кредитования наблюдается ослабление курса рубля.

Шок денежно-кредитной политики или денежной эмиссии (переменная MB). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие на 4 из 10 переменных (рис. 11). Наблюдается куполообразное положительное воздействие на производство (ВВП, эластичность приблизительно равна 0,04), незатухающий рост ИПЦ, рост объемов кредитования и ослабление курса рубля.

Шок обменного курса рубля (переменная NER). Данный шок оказывает статистически значимое воздействие только на одну переменную (рис. 12). Ослабление курса рубля по отношению к бивалютной корзине ведет к росту ИПЦ с максимальной эластичностью 0,1 по причине удорожания импорта.

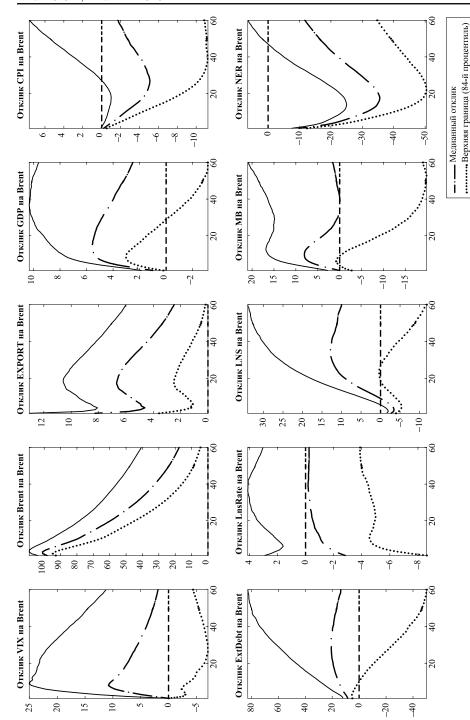
В результате проведенного анализа импульсных функций откликов переменных модели на различные шоки мы можем сделать вывод об удовлетворительных качественных свойствах модели: при помощи инструментария байесовской VAR удалось выявить основные направления взаимовлияния переменных модели, а также получить интерпретируемые количественные результаты. Это позволяет перейти к разработке безусловных прогнозов с помощью BVAR-модели и к сравнению их вневыборочной среднеквадратической ошибки с прогнозами, основанными на моделях-конкурентах, а затем — к разработке условных (сценарных) прогнозов.

В качестве моделей — конкурентов BVAR при разработке безусловных прогнозов по каждой из 10 переменных были выбраны и оценены методами классической эконометрики следующие стандартные спецификации: наивная модель — случайное блуждание (RW), авторегрессионная модель с одним лагом — AR(1), авторегрессионная модель с 13 лагами — AR(13), VARмодель с одним лагом и шестью следующими переменными: Brent, GDP, IPC, LnsRate, MB, ExRate. Выбор переменных VAR-модели объясняется, с одной стороны, ограничениями имеющихся наблюдений (до 2012 года — 140 наблюдений, позволяющих оценить максимум  $140/3 \approx 46$  параметров; в модели с 6 переменными и одним лагом подлежат оценке 42 коэффициента), с другой стороны — минимальным необходимым набором макроэкономических переменных, необходимых для описания экономики (производство, цены, процентная ставка). Ввиду значимости экспорта



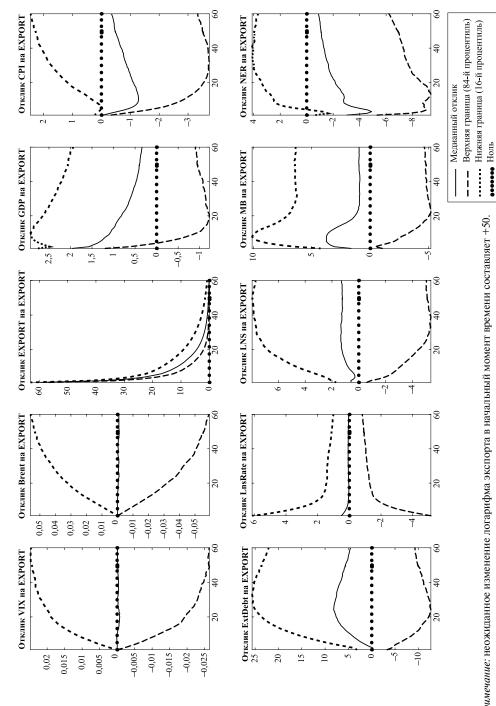
*Примечание*: неожиланное изменение логарифма VIX индекса в начальный момент времени составляет +180. Рис. З. Шок доверия на мировых финансовых рынках

— Нижняя граница (16-й процентиль)

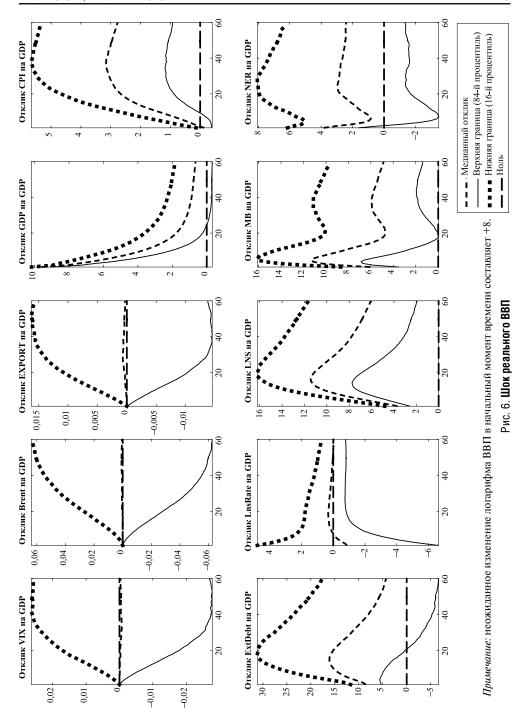


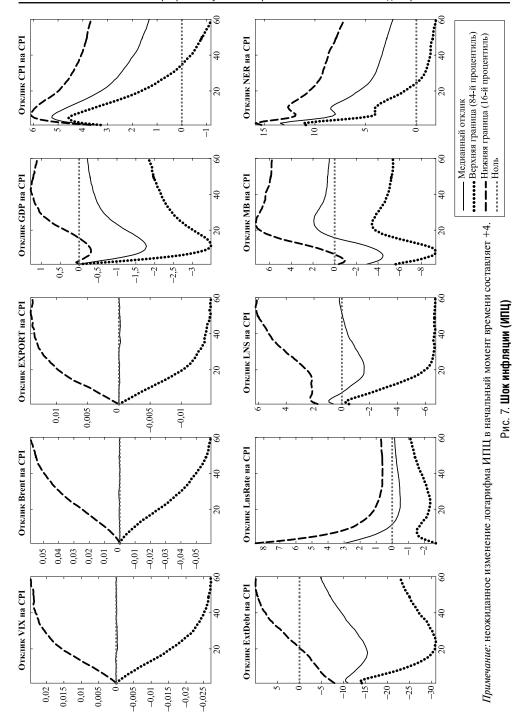
Примечание: неожиданное изменение логарифма Brent в начальный момент времени составляет +100.

Рис. 4. Шок цены на нефть



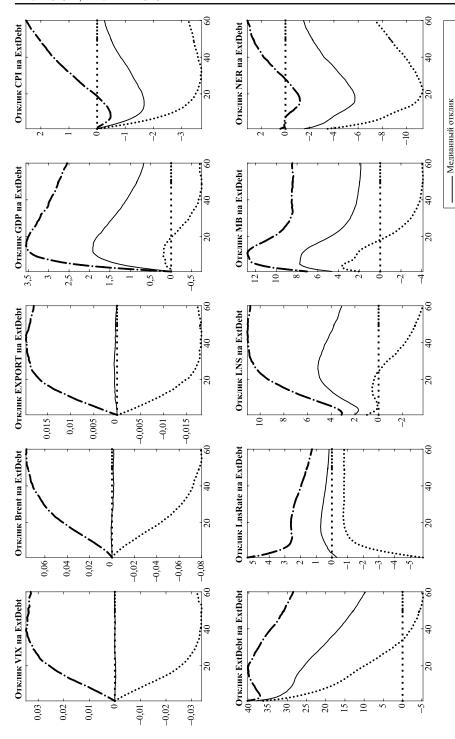
*Примечание:* неожиданное изменение логарифма экспорта в начальный момент времени составляет +50. Рис. 5. Шок физического объема российского экспорта





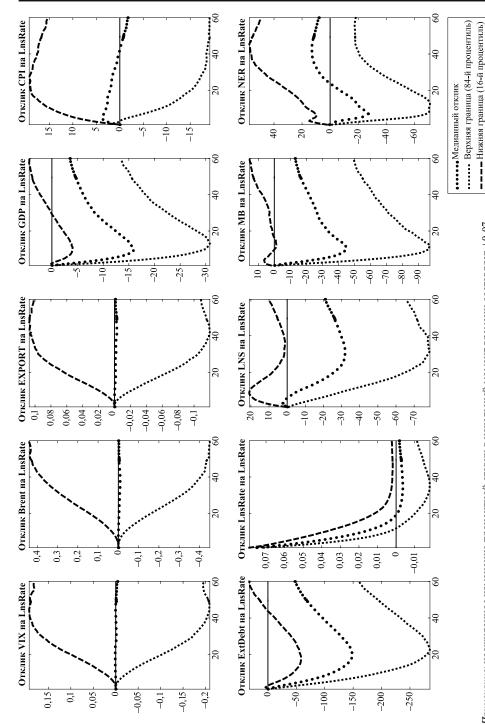
....... Верхняя граница (84-й процентиль) — — Нижняя граница (16-й процентиль)

.....Ноль



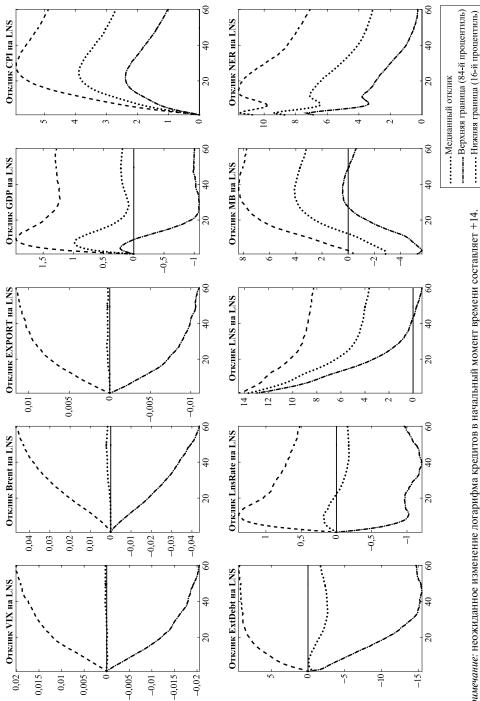
*Примечание:* неожиданное изменение логарифма внешнего долга в начальный момент времени составляет +35.

Рис. 8. **Шок на внешних долговых рынках** 



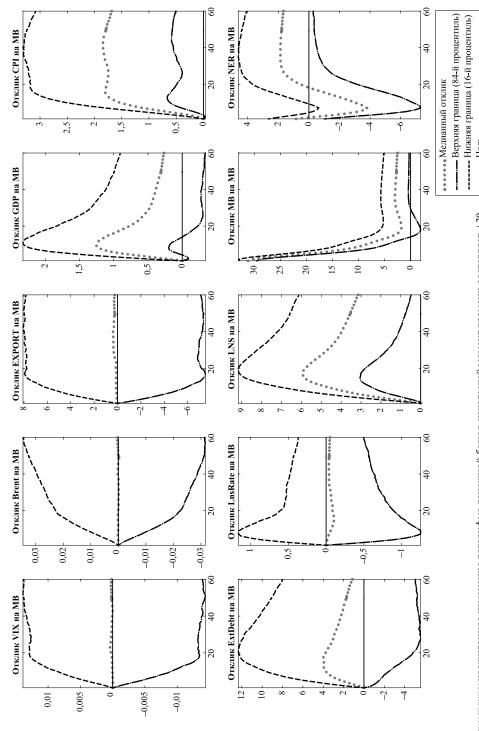
 $\it Примечание$ : неожиданное изменение процентной ставки в начальный момент времени составляет +0,07.

Рис. 9. Шок внутренних процентных ставок

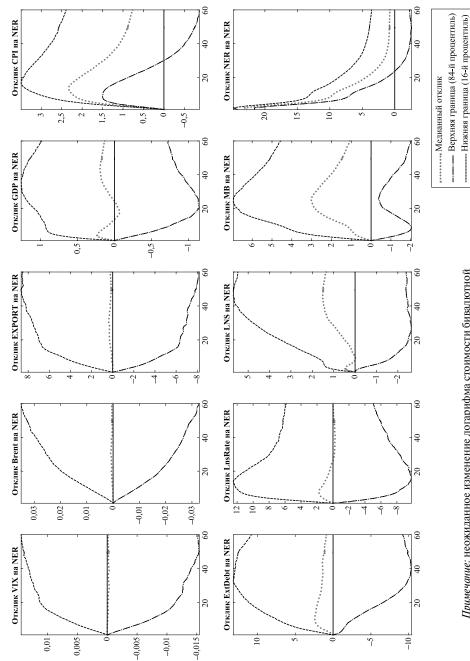


*Примечание:* неожиданное изменение логарифма кредитов в начальный момент времени составляет +14.

Рис. 10. Шок внутренних кредитов



*Примечание*: неожиданное изменение логарифма денежной базы в начальный момент времени составляет +30. Рис. 11. Шок денежно-кредитной политики (денежной эмиссии)



Примечание: неожиланное изменение логарифма стоимости бивалютной корзины в начальный момент времени составляет +23 (обесценение).

Рис. 12. **Шок обменного курса рубля** 

нефти и другого сырья в качестве единственной внешней переменной в VAR-модель была включена цена нефти *Brent*. Денежное предложение в этой модели описывает состояние денежно-кредитной сферы и монетарной политики; курс рубля отражает уязвимость экономики к шокам со стороны платежного баланса.

При разработке безусловных прогнозов альтернативные модели оценивались на серии расширяющихся выборок. Вначале производилась оценка параметров моделей на данных за период с января 2000-го по декабрь 2011 года и строился вневыборочный прогноз на 3, 6 и 12 месяцев. Затем временной промежуток оценивания пополнялся новыми наблюдениями, производилась переоценка модели, и вновь строился прогноз для указанных трех горизонтов прогнозирования. Среднеквадратическая ошибка прогноза RMSFE (Root Mean Squared Forecast Error, вычисляемая на основе отклонений от фактических значений) усреднялась по всем периодам прогнозирования.

Анализ вневыборочных ошибок прогнозов, полученных с помощью различных моделей, указывает на то, что наилучшее качество BVAR-модели для вневыборочного прогнозирования экономической активности (ВВП) на всех горизонтах прогноза достигается при задании самой высокой жесткости априорного распределения коэффициентов модели ( $\lambda_1$ =0,05, чем ближе этот параметр к нулю, чем жестче задаются априорные распределения; табл. 2–4). Наименьшие среднеквадратические ошибки прогноза для ВВП составили: на горизонте 3 месяца — 0,05%, на горизонте 6 месяцев — 0,06%, на горизонте 12 месяцев — 0,12% значения реального ВВП за месяц (в годовом выражении это составляет соответственно 0,6, 0,8 и 1,5%).

Таблица 2 **Вневыборочная среднеквадратическая ошибка прогноза (RMSFE)**(в % от среднего, горизонт = 3 месяца)

	VIX	Brent	Export	GDP	IPC	ExdDebt	LnsRate	Lns	MB	ExRate
RW, N=1	24,07	3,55	18,83	1,74	1,42	1,55	21,34	1,31	2,13	3,59
AR(1), N=1	6,08	1,89	1,30	0,06	0,13	0,56	6,69	0,11	0,17	1,35
AR(13), N=1	6,35	1,97	1,26	0,06	0,12	0,46	6,17	0,12	0,20	1,60
VAR(1), N=6		1,67		0,05	0,20		6,60		0,25	1,11
BVAR(13), N=10, $\lambda_1$ =0,05	6,30	1,97	1,13	0,05	0,13	0,46	8,85	0,12	0,21	1,37
BVAR(13), N=10, $\lambda_1 = 0, 1$	6,22	2,06	1,15	0,05	0,13	0,60	7,83	0,14	0,23	1,39
BVAR(13), N=10, $\lambda_1$ =0,2	6,13	2,21	1,23	0,06	0,12	0,74	10,45	0,14	0,27	1,38

Примечания. 1. Период первоначального оценивания: январь 2000-го — декабрь 2011 года.

Источник: расчеты авторов.

<sup>2.</sup> Период прогнозирования: январь 2012-го — сентябрь 2015 года. Серым фоном выделены наименьшие значения (по столбцам).

Таблица 3

# Вневыборочная среднеквадратическая ошибка прогноза (RMSFE)

(в % от среднего, горизонт = 6 месяцев)

	VIX	Brent	Export	GDP	IPC	ExdDebt	LnsRate	Lns	MB	ExRate
RW, N=1	42,29	6,89	33,68	3,16	2,50	2,88	34,82	2,34	3,86	6,20
AR(1), N=1	6,83	2,62	1,65	0,08	0,24	1,01	10,57	0,17	0,19	2,17
AR(13), N=1	7,05	2,84	1,35	0,08	0,24	0,77	9,66	0,20	0,22	2,39
VAR(1), N=6		2,82		0,10	0,32		11,08		0,39	1,98
BVAR(13), N=10, $\lambda_1 = 0.05$	7,79	2,68	1,32	0,06	0,25	0,81	12,52	0,20	0,29	2,13
BVAR(13), N=10, $\lambda_1 = 0, 1$	7,72	2,83	1,29	0,07	0,25	1,01	12,72	0,22	0,35	2,21
BVAR(13), N=10, $\lambda_1 = 0,2$	7,62	3,02	1,35	0,08	0,25	1,20	16,24	0,22	0,40	2,16

Примечания. 1. Период первоначального оценивания: январь 2000-го — декабрь 2011 года.

2. Период прогнозирования: январь 2012-го — сентябрь 2015 года.

Серым фоном выделены наименьшие значения (по столбцам).

Источник: расчеты авторов.

Таблица 4 **Вневыборочная среднеквадратическая ошибка прогноза (RMSFE)**(в % от среднего, горизонт = 12 месяцев)

	VIX	Brent	Export	GDP	IPC	ExdDebt	LnsRate	Lns	MB	ExRate
RW, N=1	79,21	13,16	63,27	6,03	4,63	5,64	57,45	4,46	7,33	10,92
AR(1), N=1	8,22	4,09	2,21	0,18	0,43	1,87	16,18	0,19	0,25	3,43
AR(13), N=1	8,12	4,22	1,52	0,15	0,45	1,45	14,78	0,24	0,32	3,80
VAR(1), N=6		4,78		0,23	0,58		17,48		0,63	3,41
BVAR(13), N=10, $\lambda_1$ =0,05	9,98	4,14	1,53	0,12	0,48	1,44	18,21	0,32	0,47	3,34
BVAR(13), N=10, $\lambda_1 = 0, 1$	9,88	4,35	1,46	0,14	0,47	1,72	20,03	0,31	0,55	3,50
BVAR(13), N=10, $\lambda_1$ =0,2	9,62	4,55	1,49	0,17	0,47	2,03	23,75	0,29	0,64	3,44

Примечания. 1. Период первоначального оценивания: январь 2000-го — декабрь 2011 года.

2. Период прогнозирования: январь 2012-го — сентябрь 2015 года. Серым фоном выделены наименьшие значения (по столбцам).

Источник: расчеты авторов.

Не все переменные прогнозируются более точно с помощью BVARмодели. Такие показатели, как ИПЦ, внешний долг и ставки по кредитам, лучше прогнозировались на основе своей собственной предыстории — с помощью модели AR(13), не предполагающей обнуления коэффициентов при лагах самой переменной  $\lambda_3$  и при лагах прочих факторов. В BVAR-модели, в отличие от AR(13), параметр скорости убывания влияния более глубоких лагов k=1...13 для каждой переменной был задан на уровне 1 и не менялся, то есть априорно предполагалось, что значимость глубоких лагов снижается геометрически со скоростью  $\left(\frac{1}{k^{\lambda_3}}\right)$ . Возможно, для этих переменных длинные лаги важнее коротких, и для повышения качества прогноза с помощью BVAR-модели требуется оптимизация параметра  $\lambda_3$ . Однако различия

в ошибке прогноза с использованием AR(13) и BVAR(13) при  $\lambda_1$ =0,05 составляют сотые доли процента для ИПЦ и внешнего долга, чуть выше — для ставки по кредитам, вплоть до 2–3% от среднего значения.

Для переменных кредитов и денежной базы лучшей спецификацией может быть признана AR(1)-модель, но и в этом случае рост ошибки прогноза в BVAR-модели составляет сотые пункты процента на горизонте 3 месяца, десятые пункты процента — на горизонтах 6—12 месяцев, что, на наш взгляд, не имеет критического значения.

Стоимость бивалютной корзины лучшим образом предсказывается моделью VAR. Возможной причиной превосходства VAR-модели над остальными спецификациями при прогнозировании курса рубля может быть зависимость стоимости бивалютной корзины от прочих макроэкономических факторов в модели, от которой абстрагируются AR-модели и (во многом через задание априорного распределения Миннесота) BVAR-модель. Разница в качестве прогноза VAR- и BVAR-модели составляет 0,2—0,3 процентных пункта от среднего значения.

Несмотря на различия в качестве вневыборочных безусловных прогнозов, BVAR-модель (1) является содержательно интерпретируемой (через анализ импульсных функций откликов), в отличие от одномерных AR-аналогов, и (2) позволяет строить одновременный прогноз по большему числу переменных (посредством решения проблемы «проклятия размерности»), в отличие от VAR-модели. Поэтому условный (сценарный) прогноз по BVAR-модели является (1) интерпретируемым и (2) более информативным в сравнении с AR- и классическими VAR-моделями.

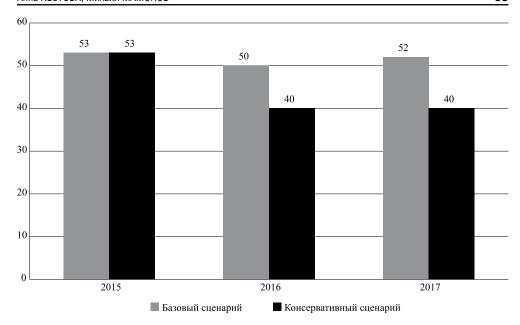
# 4. Сравнение сценарных прогнозов: BVAR-модель versus модель Министерства экономического развития РФ

Одной из задач данной работы является сопоставление прогнозов на основе модели BVAR с официальным прогнозом Министерства экономического развития РФ (далее — МЭР). В качестве горизонта прогнозирования был взят период 2016—2017 годов, на протяжении которого задавались внешние условия, сопоставимые с официальным прогнозом Министерства экономического развития РФ от 26 октября 2015 года<sup>8</sup>. Расчеты с помощью модели BVAR были закончены в декабре 2015 года; однако в период оценивания были включены данные вплоть до сентября 2015 года, что делает прогнозные расчеты по данной модели и по модели МЭР сопоставимыми.

Было рассмотрено два основных макроэкономических сценария: базовый и консервативный. Динамика цен на нефть в этих сценариях соответствовала условиям прогноза МЭР (рис. 13). Для переменных внешних

 $<sup>^{8}</sup>$  Минэкономразвития РФ. Прогноз социально-экономического развития Российской Федерации на 2016 год и на плановый период 2017 и 2018 годов. 26 октября 2015 г. http://economy.gov.ru/minec/about/structure/depMacro/20151026.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Пересчет цен на нефть марки *Urals*, используемых в прогнозе МЭР, в цену марки *Brent* в BVAR-модели был сделан в предположении одинаковых темпов прироста.



Источник: Минэкономразвития  $P\Phi$  (http://economy.gov.ru/minec/activity/sections/macro/prognoz/).

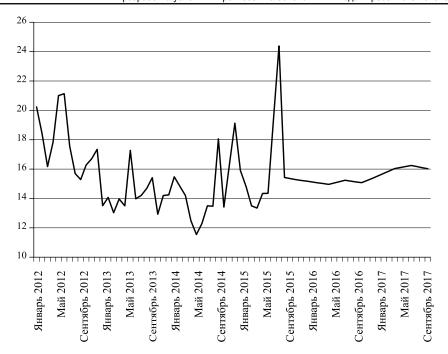
Рис. 13. Среднегодовая цена на нефть марки Urals (долл./барр.)

условий, отсутствующих в прогнозах МЭР, но оказывающих существенное влияние на российскую экономику (индекс волатильности на мировых финансовых рынках VIX), сценарные параметры были рассчитаны дополнительно. В частности, среднесрочный прогноз VIX был получен на основе авторегрессионной модели этого показателя, заложенной в BVAR-модель (безусловный прогноз). Этот прогноз далее использовался как экзогенный параметр среднесрочного макроэкономического прогнозирования (рис. 14).

Результаты прогнозов по BVAR-модели сопоставлялись с официальными прогнозами МЭР. Поскольку состав переменных в модели BVAR и в балансово-эконометрической модели МЭР существенно различается 10, мы были вынуждены ограничиться рассмотрением таких ключевых макроэкономических переменных, как динамика ВВП, инфляции и курса рубля.

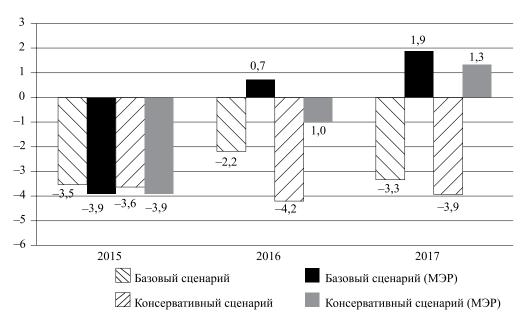
ВVAR-модель в обоих сценариях предсказывала затяжную рецессию в российской экономике в 2016—2017 годах. После снижения ВВП в 2015 году на 3,5—4,0% в 2016 году ожидался спад выпуска на 2,2% в базовом сценарии, на 4,2% — в консервативном (рис. 15). Это значительно ниже темпов, предсказываемых МЭР на 2016 год. На 2017 год результаты не сошлись по знаку: BVAR предсказывала дальнейший спад выпуска на 3,3 и 3,9% по базовому и консервативному сценариям соответственно, модель МЭР — рост выпуска на 1,9 и 1,3%.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Методология прогнозирования МЭР, насколько нам известно, не представлена в открытом доступе. Однако по косвенным признакам (состав переменных в официально публикуемом прогнозе) можно предположить, что используемая модель принадлежит к классу больших макроэконометрических (балансово-эконометрических) моделей. См. типологизацию моделей прогнозирования в работе [Пестова, Мамонов, 2016].



Источники: «Финам» http://www.finam.ru/; расчеты авторов.

Рис. 14. Индекс волатильности на мировых фондовых рынках VIX



Источники: Минэкономразвития РФ; расчеты авторов.

Рис. 15. Прогноз темпов прироста реального ВВП за год (%)

Согласно прогнозу МЭР в базовом сценарии рецессия должна была закончиться в 2015 году, а 2016—2017 годы должны были бы характеризоваться невысокими, но положительными темпами роста экономики. Это объяснялось «адаптацией российской экономики к ограничениям импорта товаров, снижением издержек, высвобождением неэффективного капитала, повышением конкурентоспособности отечественной продукции вследствие существенной девальвации рубля»<sup>11</sup>. При этом министерство не видело источников восстановления инвестиционного спроса, который будет ограничиваться отсутствием доступа на мировые рынки капитала для российских компаний<sup>12</sup>. Рост экономики в базовом сценарии МЭР должен был поддерживаться восстановлением (1) запасов, (2) потребительского спроса, который будет обеспечиваться «постепенным оживлением потребительского кредитования», (3) инвестиционной активности<sup>13</sup> и (4) положительной динамикой экспорта товаров.

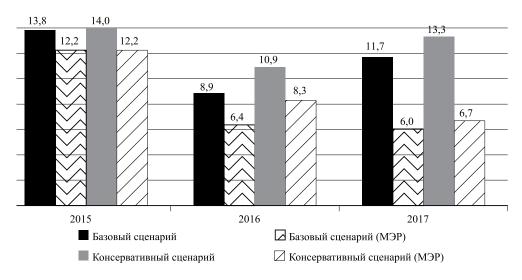
Расхождение в прогнозируемых темпах роста ВВП при базовом сценарии между BVAR-моделью и моделью МЭР может объясняться следующим. BVAR-модель рассчитывает прогноз на основе тех связей между переменными, которые фактически сложились в течение периода оценивания, и предполагает их сохранение на всем горизонте прогнозирования. То есть модель BVAR не закладывает (излишне) оптимистичных предпосылок о, например, изменении инвестиционного поведения компаний.

Далее, модель BVAR прогнозирует продолжение снижения объемов внешнего долга под действием санкций — в результате на горизонте прогнозирования возобновление инвестиционной активности не просматривалось. Внутренние банковские кредиты, согласно прогнозу, будут сокращаться на 5-10% в год под действием затяжного кризиса в банковском секторе, вызванного ростом «плохих» долгов из-за ухудшения макроэкономических условий, сокращением прибыли и низким уровнем капитализации банков (вне Сбербанка). Эти причины образуют «порочный круг»: спад в экономике — «плохие» долги и декапитализация банков — невозможность расширения кредита в условиях нехватки капитала — отсутствие роста экономики. Следовательно, банковский кредит не сможет стать источником оживления потребительского спроса и будет негативно влиять на инвестиционный. Если оживление в потребительской и инвестиционной сферах не состоится, рассчитывать на рост запасов не приходится. В части экспорта в BVAR заложена предпосылка о стабилизации его физического объема, что также не позволяет этому показателю внести положительный вклад в темпы роста экономики.

 $<sup>^{11}</sup>$  Минэкономразвития РФ. Прогноз социально-экономического развития Российской Федерации на 2016 год и на плановый период 2017 и 2018 годов. С. 48. http://economy.gov.ru/minec/about/structure/depmacro/20151026.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Там же. С. 8.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Это противоречит вышеприведенному тезису об ограниченном доступе на мировые рынки капитала.



Источники: Минэкономразвития РФ; расчеты авторов.

Рис. 16. Инфляция (ИПЦ), на конец года (%)

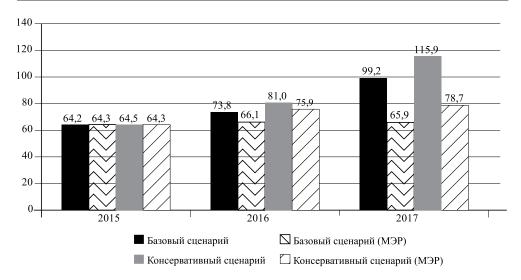
В консервативном сценарии МЭР также просматривается возможная недооценка спада в российской экономике по указанным выше причинам.

Что касается инфляции на потребительском рынке, модель BVAR прогнозировала более быстрый рост цен в экономике в обоих сценариях (9–11% в 2016 году и 12–14% в 2017 году; рис. 16) по сравнению с МЭР (6–9% в 2016 году и 6–7% в 2017 году). Возможная причина — действие инфляционно-девальвационной спирали, заложенное в BVAR, но не заложенное в прогнозе министерства. По прогнозу BVAR, на прогнозном периоде ожидается продолжение ослабления рубля под действием сохраняющегося вследствие санкций и нестабильной геополитической обстановки оттока капитала (см. ниже).

Возможное расхождение динамики инфляции в прогнозах на основе моделей BVAR и МЭР связано с различиями в оценке курса рубля (согласно прогнозу МЭР он составит в базовом варианте около 66 руб. за бивалютную корзину, в консервативном — 76—79 руб. 14). Стабилизация курса рубля не вполне согласуется с предпосылками МЭР о сохранении оттока капитала из России на высоком уровне (по прогнозу министерства, отток должен был составить 55—57 млрд долл. в год в базовом сценарии, 65—75 млрд долл. в год — в консервативном).

Согласно прогнозу на основе модели BVAR оценки стоимости бивалютной корзины на 2016—2017 годы выглядят значительно более консервативными по сравнению с прогнозами МЭР. Это объясняется следующими причинами. Во-первых, более слабыми фундаментальными показателями — сохранением отрицательной динамики ВВП на всем прогнозном горизонте в модели

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> В прогнозе МЭР курс рубля представлен курсом к доллару США и курсом евро к доллару США, на основании чего рассчитывается стоимость бивалютной корзины.



Источники: Минэкономразвития РФ; расчеты авторов.

Рис. 17. Среднегодовой курс бивалютной корзины (руб.)

BVAR, в то время как, по прогнозу МЭР, в 2017 году произойдет переход к положительным темпам роста ВВП. Во-вторых, развертыванием инфляционнодевальвационной спирали, когда в ответ на отрицательный шок курса следует ускорение инфляции и рост инфляционных ожиданий, что, в свою очередь, ведет к дальнейшей дестабилизации курса национальной валюты. В-третьих, предположением о сохранении или даже об усилении оттока капитала из России на прогнозном периоде — согласно расчетам сокращение задолженности по внешнему корпоративному долгу (прокси-переменная в модели BVAR, отражающая трансграничные потоки капитала без учета долга перед прямыми инвесторами) составит в 2016—2017 годах еще 100—110 млрд долл. в зависимости от сценария, что выведет объем задолженности до маловероятно низких значений (100—130 млрд долл.). Последнее является следствием линейности модели, не учитывающей пределы сокращения задолженности, которая, вероятно, должна стабилизироваться на более высоких уровнях. Этот недостаток может быть устранен в рамках существующей модели с помощью включения показателя внешнего долга во множество сценарных условий прогноза. Соответствующие расчеты были проделаны в работе [Pestova, Mamonov, 2016]. Исходя из этих рассуждений, можно предположить, что фактические значения стоимости бивалютной корзины в 2016—2017 годах будут находиться в интервале между значениями, даваемыми прогнозом с помощью модели МЭР (нижняя граница) и BVAR (верхняя граница).

На основе проведенного сопоставительного анализа прогнозов по балансово-эконометрической модели МЭР и разработанной авторами BVAR-модели российской экономики на среднесрочную перспективу удалось выявить и проанализировать различия в получаемых прогнозах. Последнее может быть использовано для поиска потенциально слабых мест в различных методологиях прогнозирования.

С одной стороны, были выявлены особенности прогнозирования МЭР, которые (потенциально) могут ухудшать качество прогнозов:

- во-первых, недостаточная проработанность в модели МЭР монетарной сферы и финансового сектора, что может приводить к недооценке последствий ужесточения или смягчения денежно-кредитной политики, к недооценке влияния состояния банков на реальный сектор экономики и т. д.;
- во-вторых, недостаточный учет влияния трансграничных потоков капитала на динамику курса рубля, доступность внешнего финансирования и внутреннее производство;
- в-третьих, недоучет эффекта переноса курса рубля во внутренние цены (инфляции).

С другой стороны, прогнозы на основе модели BVAR вследствие ее линейности не учитывают порогов, за которые прогнозируемые переменные вряд ли могут перейти. Эта проблема может быть устранена путем включения дополнительных переменных во множество сценарных условий прогноза.

Конечно, для того чтобы делать выводы в пользу той или иной прогнозной модели, необходимо провести «конкурентный забег» между ними на достаточно длинном вневыборочном периоде, то есть провести анализ точности прогнозов, рассчитанных на одних и тех же доступных данных с одинаковыми сценарными условиями. Это может стать перспективным направлением дальнейших исследований.

# Выводы

В данной работе построена предварительная версия модели BVAR (байесовской векторной авторегрессии) российской экономики. Оценка параметров модели была произведена на основе априорного независимого нормального-обратного распределения Уишарта (современное обобщение априорного распределения Миннесота). Текущая спецификация модели BVAR российской экономики включает 10 переменных, сгруппированных в 3 блока: переменные внешнего сектора, внутренние нефинансовые переменные, внутренние финансовые и монетарные переменные. Период оценивания модели — с января 2000-го по сентябрь 2015 года.

Выбор гиперпараметра общей жесткости априорного распределения BVAR-модели основывается на анализе качества вневыборочного прогноза. Оценка адекватности модели BVAR проводилась на основе анализа импульсных функций откликов в соответствии с рекурсивной схемой идентификации шоков. Был проведен анализ влияния внутренних и внешних шоков на показатели нефинансового сектора, а также монетарные и финансовые переменные. Были разработаны безусловные прогнозы на 3, 6 и 12 месяцев, качество которых было сопоставлено с моделями-конкурентами, а также условные (сценарные) прогнозы на среднесрочную перспективу (на 2016—2017 годы), где условия, насколько это возможно, повторяли предпосылки прогнозов МЭР. Далее было проведено сравнение результатов сценарного

прогнозирования по BVAR-модели с прогнозами МЭР. В частности, было показано, что в рамках одних и тех же сценарных условий BVAR-модель предсказывает на 2016—2017 годы более глубокую и более затяжную рецессию по сравнению с моделью МЭР. На основе проведенного сопоставительного анализа сценарных прогнозов удалось выявить «узкие места» в прогнозировании по модели МЭР и BVAR, которые потенциально могут ухудшать качество прогнозов. Окончательный вывод о пригодности той или иной модели может быть сделан по результатам сравнения расчетов по ним на достаточно длинном вневыборочном периоде, что является перспективным направлением дальнейших исследований.

## Литература

- Дерюгина Е., Пономаренко А. Большая байесовская векторная авторегрессионная модель для российской экономики. Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях № 1 / март 2015.
- Пестова А., Мамонов М. Обзор методов макроэкономического прогнозирования: в поисках перспективных направлений для России // Вопросы экономики. 2016. № 6. С. 45–76.
- 3. Полбин *А.* В. Эконометрическая оценка структурной макроэкономической модели российской экономики // Прикладная эконометрика. 2014. Т. 1. № 33. С. 3–29.
- Шульгин А. Г. Байесовская оценка DSGE-модели с двумя правилами монетарной политики для России. Препринт WP12/2014/01. Серия WP12 «Научные доклады Лаборатории макроэкономического анализа». 2014.
- 5. *Bernanke B. S., Boivin J., Eliasz P.* Measuring the effects of monetary policy: A factor-augmented vector autoregressive (FAVAR) approach // The Quarterly Journal of Economics. 2005. Vol. 1. No 120. P. 387–422.
- 6. *Bernanke B. S., Mihov I.* Measuring monetary policy // The Quarterly Journal of Economics. 1998. Vol. 2. No 113. P. 869–902.
- 7. Blake A., Muntaz H. Applied Bayesian econometrics for central bankers // Centre for Central Banking Studies Technical Handbook. 2012. No 4. Bank of England.
- 8. *Banbura M., Giannone D., Reichlin L.* Large Bayesian vector autoregressions // Journal of Applied Econometrics. 2010. No 25. P. 71–92.
- Banbura M., Giannone D., Lenza M. Conditional forecasts and scenario analysis with vector autoregressions for large cross-sections // International Journal of Forecasting. 2015. No 31. P. 739–756.
- 10. *Buckle R. A., Kim K., Kirkham H., McLellan N., Sharma J.* A structural VAR business cycle model for a volatile small open economy // Economic Modelling. 2007. No 24. P. 990–1017.
- 11. Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. Bayesian VARs: Specification choices and forecast accuracy // Journal of Applied Econometrics. 2013. Vol. 1. No 30. P. 46–73.
- 12. *Christiano L.J., Eichenbaum M., Evans C. L.* Monetary policy shocks: What have we learned and to what end? In: Handbook of Macroeconomics, J. B. Taylor, M. Woodford (eds.). 1999. Edition 1. Vol. 1. Ch. 2. P. 65–148.
- Demeshev B., Malakhovskaya O. Forecasting Russian macroeconomic indicators with BVAR // Working paper, National Research University Higher School of Economics. Series WP BRP 'Basic research program'. 2015.
- 14. *Doan T., Litterman R., Sims C. A.* Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions // Econometric Reviews. 1984. No 3. P. 1–100.
- 15. *Dungey M., Fry R.* The identification of fiscal and monetary policy in a structural VAR // Economic Modelling. 2009. No 26. P. 1147–1160.
- 16. *Forni M., Gambetti L.* The dynamic effects of monetary policy: A structural factor model approach // Journal of Monetary Economics. 2010. Vol. 2. No 57. P. 203–216.

- 17. Geweke J., Whiteman C. Bayesian Forecasting. In: Handbook of Economic Forecasting, G. Elliott, C. W. J. Granger, A. Timmermann (eds.). 2006. Vol. 1. P. 3–80.
- 18. *Giannone D., Lenza M., Primiceri G. E.* Prior selection for vector autoregressions // The Review of Economics and Statistics. 2015. Vol. 2. No 97. P. 436–451.
- 19. *Kadiyala K. R., Karlsson S.* Forecasting with generalized Bayesian vector autoregressions // Journal of Forecasting. 1993. No 12. P. 365–378.
- Kadiyala K. R., Karlsson S. Numerical methods for estimation and inference in Bayesian VAR models // Journal of Applied Econometrics. 1997. No 12. P. 99–132.
- 21. Koop G., Korobilis D. Bayesian Multivariate Time Series Methods for Empirical Macroeconomics // Foundations and Trends(R) in Econometrics. 2010. Vol. 4. No 3. P. 267–358.
- Koop G. Forecasting with medium and large Bayesian VARs // Journal of Applied Econometrics. 2013. No 28. P. 177–203.
- 23. *Litterman R. B.* Forecasting with Bayesian vector autoregressions 5 years of experience // Journal of Business and Economic Statistics. 1986. No 4. P. 25–38.
- 24. *Pestova A., Mamonov M.* Should we care? On the economic effect of Western sanctions on Russia. BOFIT Discussion Paper (forthcoming). 2016.
- 25. *Ramey V.* Macroeconomic shocks and their propagation. In: Handbook of Macroeconomics (forthcoming), 2016.
- 26. Sims C.A. Macroeconomics and reality // Econometrica. 1980. Vol. 48. P. 1–48.
- 27. *Smets F., Wouters R.* An estimated dynamic stochastic general equilibrium of the Euro Area // Journal of the European Economic Association. 2003. No. 5. P. 1123–1175.
- 28. *Smets F., Wouters R.* Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach // American Economic Review. 2007. No 97. P. 586–606.
- 29. *Uhlig H*. What are the effects of monetary policy on output? Results from an agnostic identification procedure // Journal of Monetary Economics. 2005. No 52. P. 381–419.

# Ekonomicheskaya Politika, 2016, vol. 11, no. 4, pp. 56-92

# Anna PESTOVA\*, Mikhail MAMONOV\*\*

- \* Cand. Sci. (Econ.). E-mail: apestova@forecast.ru.
- \*\* Cand. Sci. (Econ.). E-mail: mmamonov@forecast.ru.
- \* Center for macroeconomic analysis and short-term forecasting (CMASF) at the Institute for Economic Forecasting of the Russian Academy of Sciences (47, Nakhimovsky prosp., 117418, Moscow, Russian Federation).
- \*\* National Research University "Higher School of Economics" (20, Myasnitskaya ul., 101000, Moscow, Russian Federation).

# Estimating the Influence of Different Shocks on Macroeconomic Indicators and Developing Conditional Forecasts on the Basis of BVAR Model for the Russian Economy

### Abstract

In this paper, we investigate the influence of internal and external shocks on macroeconomic indicators of Russian economy using Bayesian vector autoregression (BVAR) model. We develop conditional medium-term forecasts (scenarios, up to 2017) and then compare the forecasting outcomes achieved in BVAR under these scenarios with respective official forecasts of the Ministry of Economic Development (MED) of the Russian Federation. Our results indicate that within the similar scenario conditions our proposed BVAR predicts (1) a deeper and (2) more prolonged recession on the medium-term forecasting horizon as compared to the MED's forecasts. Our

comparative analysis allowed us to reveal the bottlenecks in the forecasting methodologies applied both in the MED's model and in our BVAR model, which seriously worsen the quality of forecasts. *Key words: Bayesian vector autoregression, internal and external shocks, conditional (scenario) forecasts.* 

JEL: E43, E44, E52, E58.

### Refrences

- 1. Deryugina E., Ponomarenko A. A large Bayesian vector autoregression model for Russia. *Bank of Russia Working Paper Series*, no. 1.
- 2. Pestova A., Mamonov M. A survey of methods for macroeconomic forecasting: Looking for perspective directions in Russia. *Voprosi ekonomiki*, 2016, no. 6, pp. 45-76.
- 3. Polbin A. V. The econometric estimation of the structural macroeconomic model of the Russian economy. *Prikladnaya ekonometrika*, 2014, vol. 33, no. 1, pp. 3-29.
- Shulgin A. G. Bayesian estimation of DSGE-model with two monetary policy rules for Russia. Working Paper, no. WP12 / 2014/01. Series WP12 'Scientific Papers of the Laboratory for Macroeconomic Analysis', 2014.
- 5. Bernanke B. S., Boivin J., Eliasz P. Measuring the effects of monetary policy: A factor-augmented vector autoregressive (FAVAR) approach. *The Quarterly Journal of Economics*, 2005, vol. 1, no. 120, pp. 387-422.
- Bernanke B. S., Mihov I. Measuring monetary policy. The Quarterly Journal of Economics, 1998, vol. 2, no. 113, pp. 869-902.
- 7. Blake A., Mumtaz H. Applied Bayesian econometrics for central bankers. *Centre for Central Banking Studies Technical Handbook*, Bank of England, 2012, no. 4.
- 8. Banbura M., Giannone D., Reichlin L. Large Bayesian vector autoregressions. *Journal of Applied Econometrics*, 2010, no. 25, pp. 71-92.
- Banbura M., Giannone D., Lenza M. Conditional forecasts and scenario analysis with vector autoregressions for large cross-sections. *International Journal of Forecasting*, 2015, no. 31, pp. 739-756.
- 10. Buckle R. A., Kim K., Kirkham H., McLellan N., Sharma J. A structural VAR business cycle model for a volatile small open economy. *Economic Modelling*, 2007, no. 24, pp. 990-1017.
- 11. Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. Bayesian VARs: Specification choices and forecast accuracy. *Journal of Applied Econometrics*, 2013, vol. 1, no. 30, pp. 46-73.
- 12. Christiano L.J., Eichenbaum M., Evans C.L. Monetary policy shocks: What have we learned and to what end? In: J. B. Taylor, M. Woodford (eds.). *Handbook of Macroeconomics*, 1999, edition 1, vol. 1, chapter 2, pp. 65-148.
- Demeshev B., Malakhovskaya O. Forecasting Russian macroeconomic indicators with BVAR. Working paper, National Research University Higher School of Economics. Series WP BRP 'Basic research program'. 2015.
- Doan T., Litterman R., Sims C.A. Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. *Econometric Reviews*, 1984, no. 3, pp. 1-100.
- 15. Dungey M., Fry R. The identification of fiscal and monetary policy in a structural VAR. *Economic Modelling*, 2009, no. 26, pp. 1147-1160.
- 16. Forni M., Gambetti L. The dynamic effects of monetary policy: A structural factor model approach. *Journal of Monetary Economics*, 2010, vol. 2, no. 57, pp. 203-216.
- 17. Geweke J., Whiteman C. Bayesian Forecasting. In: G. Elliott, C. W. J. Granger, A. Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting*, 2006, vol. 1, pp. 3-80.
- 18. Giannone D., Lenza M., Primiceri G. E. Prior selection for vector autoregressions. *The Review of Economics and Statistics*, 2015, vol. 2, no. 97, pp. 436-451.
- 19. Kadiyala K. R., Karlsson S. Forecasting with generalized Bayesian vector autoregressions. *Journal of Forecasting*, 1993, no. 12, pp. 365-378.
- 20. Kadiyala K. R., Karlsson S. Numerical methods for estimation and inference in Bayesian VAR models. *Journal of Applied Econometrics*, 1997, no. 12, pp. 99-132.
- 21. Koop G., Korobilis D. Bayesian Multivariate Time Series Methods for Empirical Macroeconomics. *Foundations and Trends(R) in Econometrics*, 2010, vol. 4, no. 3, pp. 267-358.

- 22. Koop G. Forecasting with medium and large Bayesian VARs. *Journal of Applied Econometrics*, 2013, no. 28, pp. 177-203.
- 23. Litterman R. B. Forecasting with Bayesian vector autoregressions 5 years of experience. *Journal of Business and Economic Statistics*, 1986, no. 4, pp. 25-38.
- 24. Pestova A., Mamonov M. Should we care? On the economic effect of Western sanctions on Russia, *BOFIT Discussion Paper* (forthcoming), 2016.
- 25. Ramey V. Macroeconomic shocks and their propagation. In: *Handbook of Macroeconomics* (forthcoming), 2016.
- 26. Sims C. A. Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 1980, vol. 48, pp. 1-48.
- 27. Smets F., Wouters R. An estimated dynamic stochastic general equilibrium of the Euro Area. *Journal of the European Economic Association*, 2003, no. 5, pp. 1123-1175.
- 28. Smets F., Wouters R. Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach. *American Economic Review*, 2007, no. 97, pp. 586-606.
- 29. Uhlig H. What are the effects of monetary policy on output? Results from an agnostic identification procedure. *Journal of Monetary Economics*, 2005, no. 52, pp. 381-419.