

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Левин М.И.

**Исследование экономических моделей инноваций,
направленных на преодоление дефицита
природных ресурсов**

Москва 2018

Левин М.И. заведующий кафедрой микроэкономического анализа экономического факультета Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ

Данная работа подготовлена на основе материалов научно-исследовательской работы, выполненной в соответствии с Государственным заданием РАНХиГС при Президенте Российской Федерации на 2017 год.

Введение

Рост современной экономики в значительной степени требует потребления природных ресурсов, многие из которых являются невозпроизводимыми. Эти природные ресурсы, как правило, являются ограниченными, по крайней мере в краткосрочном периоде, и потому при их возрастающем потреблении возникает усиливающийся дефицит.

Актуальность работы не вызывает сомнений - дефицит природных ресурсов в значительной степени влияет на развитие экономики. Ограничение факторов, влияющее на экономический рост, часто включается в модели макроэкономического типа, например, модель Солоу, модель Ромера и др. Вместе с тем многочисленные работы в этой области, как правило, не включают в себя анализ того, какие именно инновации с какими свойствами и какого типа должны быть реализованы для преодоления тех или иных ограничений. Тем не менее, в экономической литературе такие вопросы не раз поднимались (см., например, диссертацию Шиловой Н.В., 2011), где приводились многочисленные примеры подобного типа инноваций.

Одним из способов преодоления возникающего дефицита факторов, в том числе природных ресурсов, является изменение технологии производства или количества и качества производимых продуктов за счет технологических изменений, или инноваций. Имеются многочисленные работы по инновационным процессам, в которых рассматриваются инновации продуктов и технологий, а также анализируются проблемы и результаты создания и использования инноваций. Вместе с тем, проблема соответствия между дефицитом природных ресурсов и инноваций, направленных на его преодоление в разных областях (например, дефицита топливных ресурсов, тех или иных видов металлов, пресной воды), оказывается недостаточно изучена. И именно этим вопросам уделяется особое внимание в настоящем исследовании, в этом и состоит его актуальность.

Моделирование инновационных процессов, направленных на преодоление дефицита природных ресурсов, призвано выделить особенности конкретного вида инноваций, которые смогут заменить или сократить потребность в природном ресурсе. Анализ моделей подобного замещения должен включать в себя не только технологическое замещение, но и экономические факторы, обеспечивающие наряду с потенциальным замещением его реализуемость в производстве.

В фокусе нашего внимания будет модель олигополистического рынка. Это сделано по двум причинам: в-первых, в условиях совершенной конкуренции у фирм нет или почти

нет собственных ресурсов для внедрения инноваций, и им необходима поддержка извне – возможности взять кредит и пр. В таком случае можно говорить о том, что, скорее, риски невозврата кредита и банкротства инноватора закладываются в оценку инновационного проекта со стороны инвестора, а структура рынка инвесторов обычно также стремится скорее к олигополистической, нежели к совершенно конкурентной. В-вторых, многие рынки природных ресурсов также характеризуются олигополистической структурой. Это относится, например, к такому важному для России рынку, как рынку нефти и газа. Именно поэтому одной из ключевых работ в этой области стала статья Г. Лоури «Теория нефтяной олигополии: равновесие Курно на рынках истощаемых ресурсов с фиксированными поставками» [1]. Однако Г.Лоури в своей работе концентрировался в основном на сравнении общественных потерь в случае разного количества фирм.

Следующей важной работой в этом направлении была работа С.Поласки «Действительно ли производители нефти олигополисты?» [2]. За основу была взята модель Г.Лоури, однако С.Поласки рассмотрел также случаи однородности и неоднородности функций издержек олигополистов, а также случай роста издержек по мере увеличения показателя кумулятивной добычи нефти. Кроме достаточно очевидного вывода о том, что с ростом издержек добычи ресурсов темпы его добычи замедляются, С.Поласки показал, что при этом фирмы, обладающие большими запасами ресурса, имеют, как правило, более низкие предельные издержки. Однако, снова, вопросы внедрения инноваций в этой работе отдельно не обсуждались. Более всеобъемлющий подход к этим вопросам позже был предложен в работе Cornes & Itaya (2012) [3].

Другое полезное в целях исследования направление представляют работы, в которых исследуются основные сравнительные статические свойства равновесия Курно: вопросы существования, единственности и устойчивости олигополистических равновесий. Используемый в них подход полезен как раз при изучении олигополий с гетерогенными функциями издержек.

В представленной ниже работе будет сделана попытка смоделировать ситуацию, в которой возможны как минимум два варианта направления инвестирования в инновации, и фирма выбирает, какому сценарию следовать. Модель достаточно проста, но дает интересные практические результаты.

1. Модель олигополистического рынка с использованием ресурсов и инновациями

Предположим, что на рынке есть $j \in \{1, \dots, N\}$ фирм, которые конкурируют по Курно в бесконечно повторяющейся игре, и пусть издержки каждой из них описываются как $c_i q_i$. Функцию спроса возьмем линейную, пусть ее вид для простоты будет таким: $P(Q) = A - BQ$, где $Q = \sum_j q_j$. Пусть также у каждой фирмы есть «запас ресурса» S_j . Обозначим через δ фактор дисконтирования (вероятность продолжения игры), тогда ожидаемая прибыль каждой из фирм в начальном периоде выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \pi_j = \sum_t \delta^t (P(Q_t) - c_j q_{j,t}) \\ \sum_t q_{j,t} \leq S_j \end{cases} \quad (1)$$

В начальном периоде в нашей модели будет фирма, которая может войти на рынок с издержками $c_i q_{i,t}$, при этом она сможет инвестировать в один из двух видов инноваций:

1) Инновации, снижающие издержки

В этом случае фирма обязана заплатить I_c в начале игры и с вероятностью p_c ее издержки снизятся до c_i^* ; в обратном случае издержки останутся равными начальному значению. Тогда ее ожидаемая прибыль в начальном периоде будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \pi_i = p_c \sum_t \delta^t (P(Q_t) - c_i^* q_{i,t}^c) + (1 - p_c) \sum_t \delta^t (P(Q_t) - c_i q_{i,t}) - I_c \\ \sum_t q_{i,t} \leq S_i \\ \sum_t q_{i,t}^c \leq S_i \end{cases} \quad (2)$$

Отметим, что в данном случае есть две переменные – одна для случая, когда инвестиции будут удачными и фирма будет оптимизировать прибыль при сниженных издержках, в обратном случае издержки не меняются. Ограничение на запас ресурса остается тем же в обоих случаях.

2) Инновации в (возобновляемый) альтернативный источник ресурсов

В этом случае фирма платит I_s и с вероятностью p_s вместо постоянного запаса S_i у фирмы появляется бесконечный запас. Тогда ожидаемая полезность в начальном периоде будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \pi_i = p_s \sum_t \delta^t (P(Q_t) - c_i q_{i,t}^s) + (1 - p_s) \sum_t \delta^t (P(Q_t) - c_i q_{i,t}) - I_s \\ \sum_t q_{i,t} \leq S_i \end{cases} \quad (3)$$

В данном случае ограничение на запас ресурсов присутствует только в случае, если инвестиции не будут удачными. Отметим, что поскольку в данном случае фирма будет единственной, которая будет находиться на рынке после определенного момента времени (потому что запасы всех остальных фирм истощатся), то в долгосрочном периоде она начнет извлекать монополистическую прибыль.

Если мы обозначим через $\hat{\pi}_i^0$ прибыль, которую получит фирма без учета инвестиций, а $\hat{\pi}_i^c$ – прибыль, которую фирма получит в случае (1), и через $\hat{\pi}_i^s$ – прибыль, которую фирма получит в случае инвестиций в расширение запаса природных ресурсов (случай (2)), то теперь для того, чтобы понять, какую из стратегий выберет фирма, нужно сравнить прибыли - фирма выберет ту стратегию, которой соответствует максимальное значение прибыли.

Сделаем следующие предположения:

1) Стационарные стратегии

Поскольку игра является бесконечно повторяющейся игрой, то чтобы избежать получения бесконечного количества равновесий, рассмотрим стационарные стратегии, которые не могут зависеть от истории игры - как от действий других фирм, так и самой фирмы в любом из предыдущих периодов. Более того, мы бы хотели рассмотреть простейший случай, в котором невозможен сговор между фирмами. К тому же рассмотрение стационарных стратегий обеспечивает то, что выпуск фирмы не будет зависеть от периода, если ограничение не является активным (это также обусловлено тем, что мы рассматриваем совершенное в подыграх равновесие).

2) Пусть также $p_c > p_s$ и $I_c < I_s$

Данное предположение нам нужно для того, чтобы успех инвестиции в альтернативные источники ресурса был более рискованным за счет более низкой вероятности успеха и необходимости более высокого объема вложений.

3) Инновационные барьеры

Ограничимся случаем, в котором только одна фирма может инвестировать в инновации; это также поможет избежать возможности множественных равновесий.

Результаты

Для простоты предположим, что $S_j = S_k$ для любых двух фирм. Если это не так, то мы получили бы больше обозначений, но качественно результат бы не изменился. Другое предположение, которое мы делаем в данном случае, состоит в том, что источник запаса ресурса будет общим для всех фирм. Сначала найдем оптимальный выпуск для случая, когда фирма не будет инвестировать в инновации. Из решения задач олигополии Курно в каждом периоде легко получить, что

$$\hat{q}_i = \frac{A-c}{B(n+1)}. \quad (4)$$

Тогда прибыль в каждом периоде равна:

$$\pi_{i,t} = \frac{(A-c)^2}{B(n+1)^2}. \quad (5)$$

Ведем новое обозначение. Пусть $k = \left\lfloor \frac{S}{\bar{Q}} \right\rfloor + 1$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает целую часть числа, тогда:

$$\pi_i \leq \frac{\pi_{i,t}(1-\delta^k)}{1-\delta}. \quad (6)$$

Теперь рассмотрим случай для инвестиций в снижение издержек; тогда оптимальный выпуск для фирмы будет равен:

$$\hat{q}_i^c = \frac{A}{B(n+1)} + \frac{n(\bar{c}-c^*)-c^*}{B(n+1)}, \quad (7)$$

где $\bar{c}$ обозначает средние издержки по всем фирмам.

Отсюда можно найти прибыль в каждый момент времени, она равна:

$$\pi_{i,t}^c = \left(\frac{A}{n+1} - \frac{n(\bar{c}-c^*)-c^*}{n+1} \right) \left(\frac{A}{B(n+1)} + \frac{n(\bar{c}-c^*)-c^*}{B(n+1)} \right). \quad (8)$$

Введя обозначение $k^c = \left\lceil \frac{S}{\bar{Q}^c} \right\rceil$, перепишем условие выбора прибыли (стратегии):

$$\pi_i \geq \frac{\pi_{i,t}^c (1-\delta^{k^c})}{1-\delta} p_c + (1-p_c) \frac{\pi_{i,t} (1-\delta^k)}{1-\delta} - I_c. \quad (9)$$

Легко показать, что фирма выберет инвестиции в снижение издержек, если выполнится условие:

$$\frac{I_c}{p_c} \leq \frac{\pi_{i,t}^c (1-\delta^{k^c})}{1-\delta} - \frac{\pi_{i,t} (1-\delta^k)}{1-\delta}. \quad (10)$$

Теперь рассмотрим третий случай, когда у фирмы есть возможность инвестировать в альтернативные источники ресурса. В этом случае после того, как истощатся ресурсы у всех остальных фирм, она останется монополистом на рынке и будет извлекать соответствующую прибыль. Она выберет такую стратегию, если выполнится условие:

$$\pi_i^s \geq \frac{\pi_{i,t} (1-\delta^k)}{1-\delta} + \frac{\pi_{i,t}^m \delta^{k+1}}{1-\delta} p_s - I_s, \quad (11)$$

где

$$\pi_t^m = \frac{(A-c)^2}{4B}. \quad (12)$$

Тогда мы легко можем ограничить максимальные издержки на данный тип инвестиций:

$$\frac{I_s}{p_s} \leq \frac{\pi_{i,t}^m \delta^{k+1}}{1-\delta}. \quad (13)$$

Далее мы будем употреблять выражения «более/менее вероятен», обсуждая тот или иной тип инвестиций, когда он будет соответствовать большему или меньшему значению $\frac{I_{cls}}{p_{cls}}$.

Утверждение 1. Чем меньше S (запасы ресурса), тем с большей вероятностью фирма будет инвестировать в альтернативные источники ресурса.

Данное утверждение напрямую следует из того, что чем меньше запасы ресурса, тем меньше будет k , а значит тем больше будет значение выражения $\frac{\pi_{i,t}^m \delta^{k+1}}{1-\delta} p_s$ при прочих равных.

Утверждение 2. Чем больше фактор дисконтирования, тем с большей вероятностью фирма будет инвестировать в альтернативные источники ресурса и тем с меньшей вероятностью - в снижение издержек.

Данное утверждение также напрямую следует из того, что $\frac{\pi_{i,t}^m \delta^{k+1}}{1-\delta} p_s$ будет расти с увеличением фактора дисконтирования при прочих равных. Чтобы доказать вторую часть утверждения, отметим, что общий выпуск выше в случае, когда фирма инвестирует в снижение издержек.

Рисунок 1 иллюстрирует этот результат для различных значений $c - c^*$; чем больше эта разность, тем больше будет и различие в уровнях выпуска.

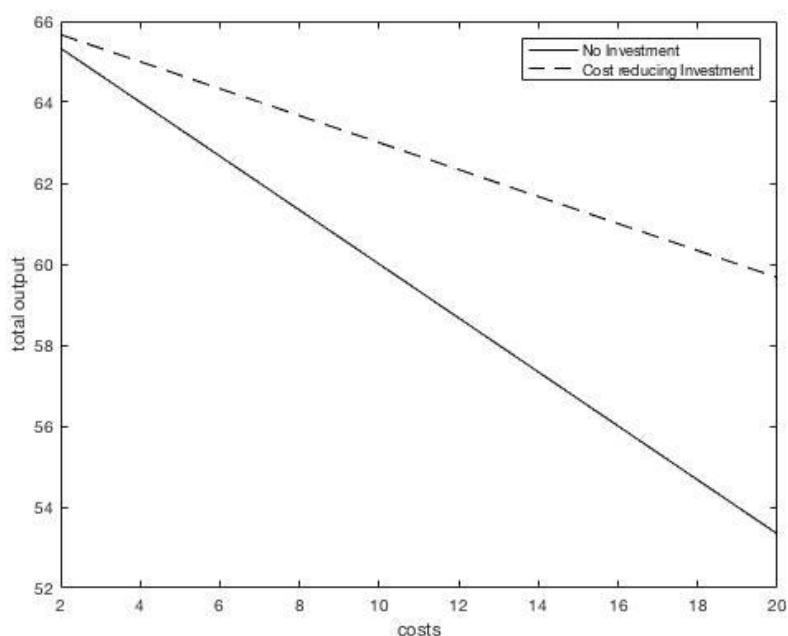


Рисунок 1 - Общий выпуск для разных уровней разности между издержками без инвестиций и сниженными издержками в результате инвестиций

Таким образом, получаем, что $k_c < k$. Тогда мы можем переписать ограничение на объем инвестиций как:

$$\frac{I_c}{p_c} \leq \frac{(\pi_{i,t}^c - \pi_{i,t})(1 - \delta^c)}{1 - \delta} - \sum_{t=k_c}^k \pi_{i,t} \delta^t. \quad (14)$$

Правая часть данного выражения будет положительной за счет того, что прибыль растет при снижении издержек фирмы. Тогда чем больше фактор дисконтирования, тем больше будет $\sum_{t=k_c}^k \pi_{i,t} \delta^t$, то есть тем меньше будет $\frac{I_c}{p_c}$.

Утверждение 3. Чем больше фирм на рынке, тем с большей вероятностью фирма будет инвестировать в альтернативные источники ресурса.

Первая часть Утверждения 3 напрямую будет следовать из того, что $\hat{Q} = \frac{n}{n+1} \frac{A-c}{B}$ возрастает по n , то есть из результата Утверждения 1.

Рисунок 2 иллюстрирует зависимость общего выпуска от количества фирм на рынке и показывает, что чем больше фирм, тем выше будет общий выпуск, а, значит, k будет снижаться за счет этого (при прочих равных), а значение выражения $\frac{\pi_{i,t}^m \delta^{k+1}}{1 - \delta}$ будет расти. Отметим, что, тем не менее, никаких утверждений в общем виде относительно инвестиций в снижение издержек мы сделать не можем, поскольку такая зависимость не была бы монотонной относительно количества фирм.

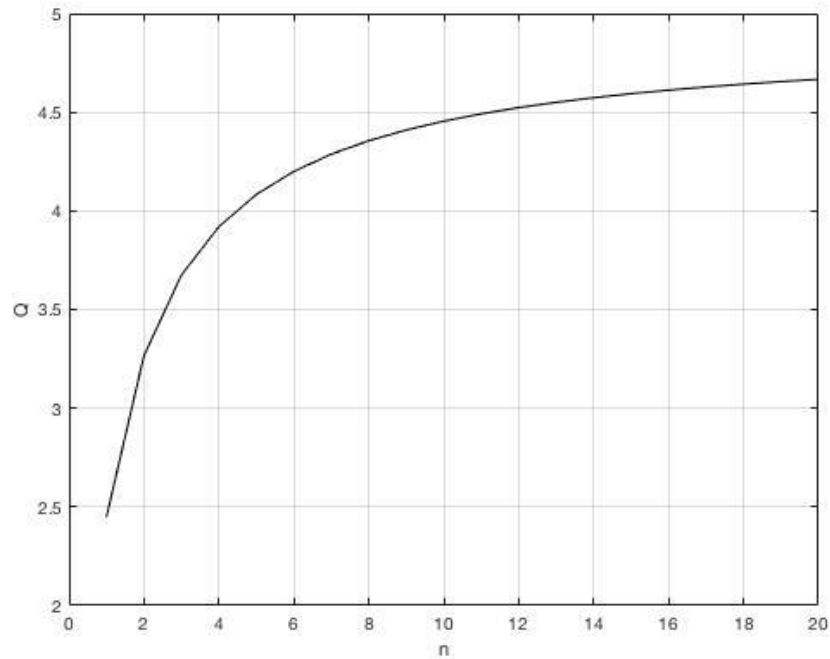


Рисунок 2 - Общий выпуск в зависимости от количества фирм

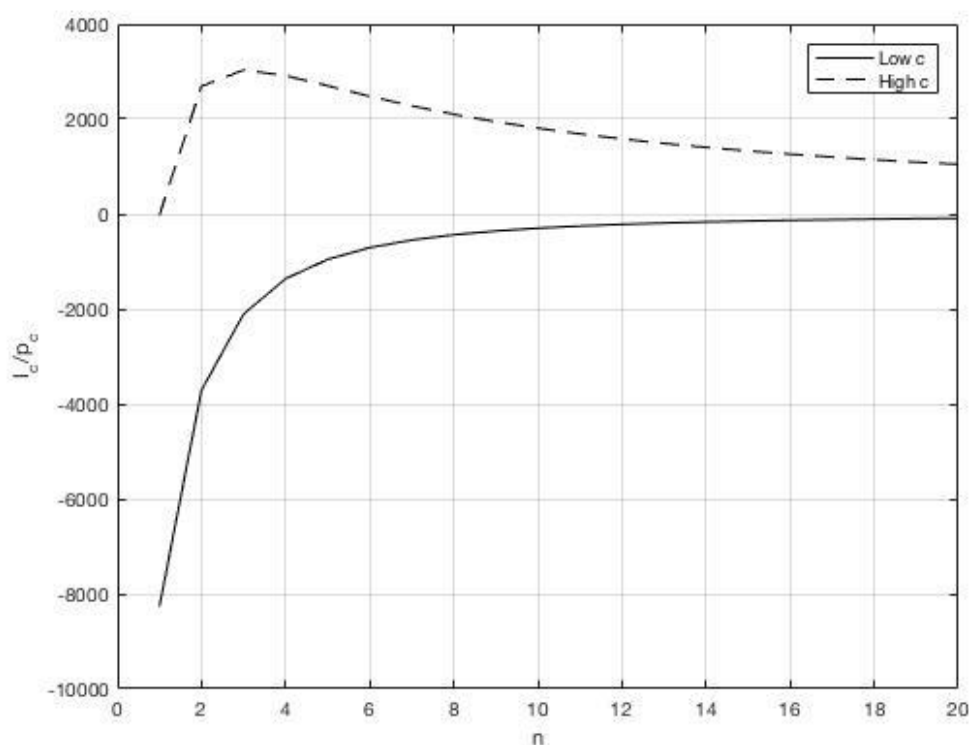


Рисунок 3 — $\frac{I_c}{p_c}$ в зависимости от количества фирм

Рисунок 3 иллюстрирует вышесказанное. Во-первых, отметим, что при небольшой разнице издержек мы наблюдаем рост максимально допустимого объема инвестиций, в то время как при достаточно высоком уровне издержек и при $n > 3$ он будет снижаться. Во-вторых, если размер издержек достаточно высок, легко заметить, что значение функции растет при $n \leq 3$ и снижается с дальнейшим ростом количества фирм. Однако, как можно видеть на Рисунке 3, вне зависимости от исходных параметров издержек при достаточно большом количестве фирм прибыльность инвестиций в снижение издержек сведется к нулю. Чтобы это проверить, достаточно взять предел $\pi_{i,t}^c$ при $n \rightarrow \infty$. Удостоверившись, что он сводится к отрицательному числу, получаем, что при достаточно большом количестве конкурентов фирма либо предпочтет инвестировать в альтернативные источники ресурса, либо отказаться от инвестиций вовсе.

Утверждение 4. Чем выше предельные издержки (при прочих равных), тем с меньшей вероятностью фирма будет инвестировать в альтернативные источники ресурса.

Это следует из того, что и монополистическая прибыль ($\pi_{i,t}^m$), и общий выпуск ($\hat{Q}$) будут снижаться с ростом издержек. Это приведет к росту k – количества периодов, в течение которых фирма не вынуждена конкурировать, а, следовательно, и к снижению доходности от инвестиций в альтернативные источники ресурса $\frac{\pi_{i,t}^m \delta^{k+1}}{1-\delta}$. Как и в предыдущем случае, здесь также нельзя получить однозначного результата относительно доходности инвестиций в снижение издержек.

Выводы

Итак, мы построили и проанализировали модель олигополистической конкуренции с возможностью инвестиций в снижение издержек и поиски альтернативных источников ресурса. Одним из наиболее интуитивных результатов является то, что с ростом фактора дисконтирования инвестиции в снижение издержек будут становиться менее прибыльными, но и инвестиции в альтернативный источник ресурсов будут снижаться. Этот результат может служить обоснованием того, что инвестиции (к примеру, в альтернативные источники энергии) в большей степени приходятся на развитые страны, поскольку за счет институциональных особенностей мы можем предположить, что фактор дисконтирования для них будет выше.

Также интересным результатом является то, что конкуренция оказалась способствующей инвестициям в поиски альтернативных источников ресурса. Этот результат основан на том, что такие инвестиции позволяют фирме «пережить» своих конкурентов и захватить рынок после того, как они исчерпают ресурсы.

Также отметим, что прибыльность от инвестиций в альтернативные источники ресурса снижается при повышении предельных издержек. Это связано с тем, что чем выше предельные издержки производства из исходного ресурса, тем медленнее он будет исчерпываться. За счет этого у фирмы будет большое количество конкурентов на рынке в течение более длительного периода, что снизит остаточную прибыль.

2. Технологические и продуктовые инновации, учитывающие дефицит природных ресурсов

В данном разделе в качестве отдельного кейса инноваций, учитывающих дефицит природных ресурсов, рассмотрим инновации в сфере переработки отходов, которые, в свою очередь, становятся источником возобновляемого роста.

Влияние переработки отходов на сохранение ресурсов зависит от доли материалов, которые экономически и технологически могут быть переработаны. Переработка отходов

увеличивает время функционирования экономики, поскольку она увеличивает долгосрочное предложение ограниченных ресурсов посредством «мультипликатора повторной переработки» (Tietenberg and Lewis, 2012, p.184 [4]).

Существует значительное число работ по теме влияния переработки отходов на экономический рост. В начале семидесятых годов проблема переработки отходов воспринималась как «пространственно-ограниченная задача с условной значимостью, не оказывающая влияния на экономику в целом» (Di Vita, 2005, p.159 [5]). Изначально экономисты рассматривали переработку с точки зрения микроэкономики, однако с недавнего времени увеличение мирового производства мусора привело к исследованию данной проблемы с макроэкономической точки зрения.

Исследования в данной области подразделяются на два направления: анализ консервации невозобновляемых ресурсов и анализ проблем, связанных с уничтожением мусора (например, повторная переработка как метод борьбы с загрязнением окружающей среды). Консервация невозобновляемых ресурсов изучена более подробно.

Schulze (1974) [6] был из числа первых, изучающих консервацию невозобновляемых ресурсов. Он построил модель оптимального потребления ограниченных ресурсов с учетом переработки. Schulze (1974) [6] рассматривает более реалистичный случай, когда только экзогенно заданная доля отходов может быть переработана. Schulze (1974) [6] учитывает в своей работе естественную скорость разложения отходов, например параметр биологического распада. Kemp&Long (1980) [7] делают оба этих параметра эндогенными за счет добавления фактора труда в процесс переработки отходов.

Кроме того, Maler (1974) [8] и другие анализируют утилизацию «вторичных», то есть переработанных, ресурсов по сравнению с «первичными» ресурсами. Они показывают, что даже если производственный фактор-заменитель, такой, как переработанный ресурс, дороже, чем первичный производственный фактор, то такой вторичный фактор всегда будет использоваться прежде, чем вступит в действие самый дешевый из невозобновляемых ресурсов, потому что переработка отходов продлевает время функционирования экономики. Переработка может частично расширить границы экономического роста, связанные с возрастающей редкостью ограниченных ресурсов.

В последнее время многие экономисты внедряют переработку отходов в теорию эндогенного роста, описанную в работах Romer (1990) [9], Lucas (1988) [10], Grossman and Helpman (1991) [11] и Rebelo (1991) [12], с учетом ограничения вещественного баланса. В работе Pittel et al. (2006) [13] основное внимание уделяется проблемам, связанным с провалами рынков вторичной переработки, и показывается, что политика оптимального

использования окружающей среды может стать путем к увеличению экономического роста. Pittel et al. (2010) [13] используют ограничение вещественного баланса в неоклассической модели роста. Они демонстрируют, что запасы первичных ресурсов и запасы вторичных ресурсов стремятся к нулю в долгосрочной перспективе. Подробное описание этой модели приводится ниже.

Экономические системы и окружающая среда

Как было сказано ранее, экономический рост ограничен конечным объемом природных ресурсов. Такое ограничение позволяет иначе взглянуть на оптимальное расходование ограниченных ресурсов. Природа больше не воспринимается как часть экономики; теперь экономика воспринимается как часть природы. Экономика является открытой подсистемой большей, но ограниченной, закрытой и не растущей системы природы. Динамика взаимоотношений между экономикой и окружающей средой представляется как совместная эволюция двух систем, каждая из которых обладает внутренней структурой и динамикой. Окружающая среда и экономика взаимно влияют на развитие друг друга. Закон сохранения массы (называемый далее, как принцип вещественного баланса) в рамках анализа экономического роста вполне может быть использован. Принцип вещественного баланса утверждает, что вещество не может быть ни создано, ни уничтожено, однако может быть трансформировано. Иными словами, все природные ресурсы, входящие в экономическую систему, должны быть учтены, то есть товары долгосрочного потребления, продукты повторной переработки или отходы, попадающие в атмосферу, почву или воду. Принцип вещественного баланса ограничивает возможности экономического производства. Например, материалы, не использованные для производства товаров долгосрочного потребления или для повторной переработки, должны возвращаться в окружающую природу в виде мусора. Отсюда следует необходимость увеличения срока службы товаров, улучшения процесса накопления капитала и, возможно, наиболее важное, усовершенствование процессов восстановления и переработки материалов.

Выражаясь словами Tietenberg and Lewis (2012, p.18) [4], данная модель может быть применена, потому что, «говоря исторически, для материальных средств производства и результатов производства (не считая энергию), данная система (Земля) может восприниматься как закрытая система, поскольку объем экспорта (например, заброшенных космических кораблей) и импорта (например, лунный грунт) незначительны.» Важно иметь в виду, что это только некоторое приближение. В

реальности Земля не является закрытой системой. Большая часть энергии получается от Солнца, напрямую или косвенно.

Pittel et al. (2010) [13] расширили модель Dasgupta-Heal, использующую принцип вещественного баланса, за счет внедрения переработанных отходов как фактора производства. Модель фокусируется на консервации невозобновляемых ресурсов. Потенциальное негативное влияние на окружающую среду не учитывается. Стилизованное представление модели (далее модель переработки) дано на рисунке 4:

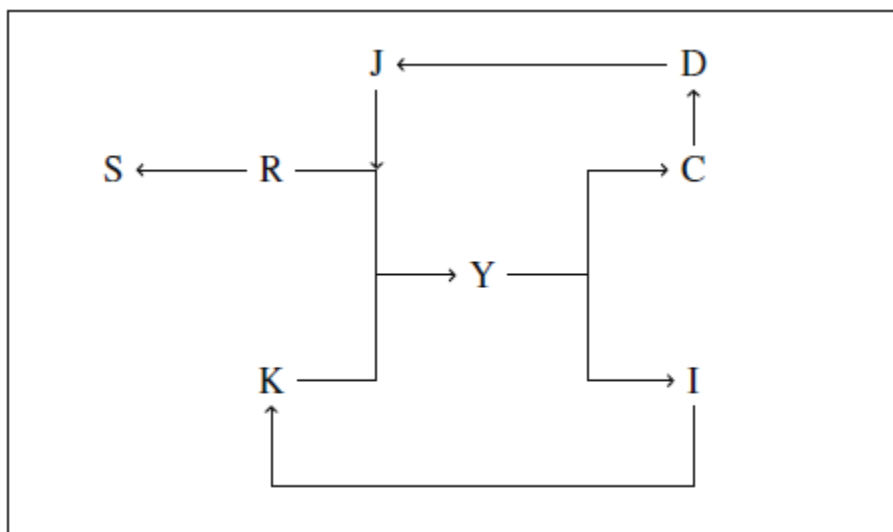


Рисунок 4 – Стилизованная модель переработки

Экономика характеризуется заданным запасом ограниченного ресурса S_0 , который непрерывно уменьшается потоком R_t ресурсодобычи из первичного ресурса:

$$\dot{S} = -R_t \quad (15)$$

Издержки добычи первичного ресурса, как и издержки на переработку, не учитываются. В дополнение к заданному запасу природного ресурса, экономика начинает с заданным запасом физического капитала K_0 . Амортизацией физического капитала можно пренебречь. Использование вторичных материалов, полученных из переработки отходов, J_t , считается дополнительным фактором производства. Физический капитал, первичный ресурс R_t и факторы производства, полученные из переработанных отходов, J_t , используются для производства выпуска экономики Y_t . Этот выпуск в дальнейшем либо потребляется, либо инвестируется. Инвестиции в физический капитал увеличивают его запас:

$$\dot{K} = F(K_t, R_t, J_t) - C_t \quad (16)$$

С улучшенными методами производства в дальнейшем становится возможным увеличение потребления. Производственная функция Кобба-Дугласа задается как:

$$Y = F(K, R, J) = K^\alpha R^\beta J^\phi \quad (17)$$

где α обозначает производственную эластичность по капиталу, β и ϕ обозначают производственные эластичности по первичному и вторичному продуктам, соответственно. При этом $\alpha + \beta + \phi = 1$. Частным примером в случае с нефтью является производство и переработка пластиковых бутылок. Эти бутылки производятся из ископаемых видов топлива. Переработанные бутылки используются в качестве сырья для различных продуктов, например, для полиэстеровых тканей (необходимый материал для производства многих видов одежды, подушек, ковров и т.п.).

Все материалы, оставшиеся неиспользованными после потребления, составляют запас отходов D_t , который затем перерабатывается и повторно используется

$$\dot{D} = -J_t + (J_t + R_t)\kappa \quad (18)$$

где $\kappa_t = \frac{C_t}{F(K_t, R_t, J_t)}$ обозначает долю природных материалов, которые в конечном счете оказываются в мусорной корзине. Запас отходов D_t снижается вместе с увеличением числа материалов, идущих на повторную переработку J_t , и увеличивается с увеличением доли природных ресурсов K_t , которые попадают в мусор. Эта доля определяется межвременными предпочтениями потребителей.

Как было сказано ранее, с учетом принципа вещественного баланса все природные ресурсы, попадающие в экономику, должны всегда учитываться. Отметим, что отсюда следует необходимость использования двойной системы учета. В то время как объемы первичных и переработанных материалов измеряются в физических единицах (атомная масса), капитал, выпуск и потребление измеряются в единицах использованных или произведенных товаров. В данной модели материалы должны учитываться для периода времени после потребления, поскольку «доля материалов включается в запас капитала,

тогда как остальная часть полностью отправляется в мусорное ведро после использования» (Pittel et al., 2010, p.382) [13].

Естественный распад не учитывается. Более того, ограничения на переработку отсутствуют, то есть имеется достаточно энергии и хранилищ для полной переработки.

Текущее значение полезности максимизируется для оптимального общественного благосостояния:

$$\max_{C,R,J} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt \quad (19)$$

Данное выражение должно удовлетворять условиям динамического накопления капитала, извлечения первичных ресурсов и переработки отходов:

$$\dot{K} = F(K_t, R_t, J_t) - C_t \quad (20)$$

$$\dot{S} = -R_t \quad (21)$$

$$\dot{D} = -J_t + (R_t + J_t)\kappa_t \quad (22)$$

А также граничным условиям и условию неотрицательности:

$$\begin{aligned} K(0) &= K_0, K(t) \geq 0 \\ S(0) &= S_0, S(t) \geq 0 \\ D(0) &= D_0, D(t) \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Решение проблемы динамической оптимизации включает использование максимального принципа оптимального контроля и сочетает в себе условия оптимальности.

Аналогично модели Dasgupta-Heal, общественно-оптимальным является полное истощение запаса ограниченных (первичных) ресурсов. В модели переработки аналогичное выполняется для перерабатываемого ресурса. Выражение для оптимального потребления и сбережения можно расширить за счет корректировки. Теневая цена капитала равна предельной полезности и «потенциальному предельному значению переработки в качестве побочного продукта потребления» (Pittel et al., 2010, p.384) [13]. Переработка производит пригодное для потребления благо из отходов. Это повторное использование увеличивает отдачу от потребляемой единицы блага.

В равенстве 21 левая часть отражает предельные альтернативные издержки добычи дополнительной единицы первичного или вторичного ресурса, соответственно, и использования ее в конечном выпуске. Предельные альтернативные издержки извлечения ресурса и/или переработки отходов снижаются за счет элемента «ренды» $\psi_3 K$ в оценке первичных ресурсов и продуктов переработки. Такое явление возникает из-за возможности повторного использования природных ресурсов. κ обозначает долю каждой единицы добытых или переработанных материалов, которые могут быть использованы повторно в будущем при производстве. Правая часть отражает выгоды добычи одной предельной единицы первичного или переработанного ресурса. Увеличение использования любого из факторов производства увеличивает выпуск не только напрямую (первая часть выражения), но и косвенно за счет создания ценных отходов (вторая часть выражения). Вторая часть может быть понята как «потенциальная предельная отдача от переработки факторов производства (...) в производстве» (Pittel et al., 2010, p.384) [13]. Некоторые преобразования могут помочь нам переформулировать условия следующим образом, чтобы сделать эту взаимосвязь более наглядной:

$$\psi_3(1-\kappa) = F_J \left[(1-\kappa)\psi_1 + \kappa e^{-\rho t} U'(C) \right] \quad (24)$$

Совокупные издержки добычи предельной единицы из отходов и использования ее в процессе производства равны выгодам. Из предельного добавочного выпуска F_J только κ потребляется и перерабатывается, тогда как $1-\kappa$ сберегается, то есть становится частью накопления капитала. Оценка долей за счет теневой цены капитала и предельной полезности потребления, соответственно, позволяет получить выгоды извлечения предельной единицы отходов.

Объединение ранее выведенных условий первого порядка дает следующие результаты. Правило Хотеллинга для переработанных отходов выглядит как:

$$\frac{\dot{F}_J}{F_J} = F_K + \left[\frac{F_J}{1-\kappa} (\dot{\mu}\kappa + \dot{\kappa}\mu) - \frac{\dot{K}}{1-\kappa} \right] \quad (25)$$

Правило Хотеллинга для первичных ресурсов:

$$\frac{\dot{F}_R}{F_R} = F_K + \left[\frac{F_J}{1-\kappa} (\dot{\mu}\kappa + \dot{\kappa}\mu) - \frac{\dot{\kappa}}{1-\kappa} \frac{F_J}{F_R} \right] \quad (26)$$

Стандартное правило Хотеллинга в данном случае дополняется составным членом, который отражает круговой эффект переработки. Переработка дополнительной предельной единицы вызывает изменение доли материалов, поступающих обратно после потребления, $\dot{\kappa}\mu$. Это влияет на будущий потенциальный выпуск. Кроме того, изменение доли природных материалов, попадающих в мусор, $\dot{\kappa}$, напрямую влияет на будущую доступность материалов для переработки. Если в будущем больше материалов будут становиться мусором (положительное значение $\dot{\kappa}$), альтернативные издержки добычи ресурсов будут снижаться.

Исходя из проблемы оптимизации, трек оптимального потребления (правило Рамсея) задается как:

$$\frac{\dot{C}}{C} = F_K - \rho + \frac{F_J \mu}{(1-\kappa)(1-F_J \mu)} \left[F_K (1-\kappa) + \frac{\dot{\mu}}{\mu} \right] \quad (27)$$

На треке оптимального потребления имеется добавочный член, по сравнению с моделью Dasgupta-Heal. Этот член отражает результат добавления переработки и принципа вещественного баланса. На оптимальном треке норма потребления положительна, когда предельный продукт капитала плюс добавочный член превышают норму временного предпочтения. Из-за переработки время функционирования экономики продлевается. Однако в долгосрочной перспективе потребление стремится к нулю:

$$g_Y^* = -\rho \quad (28)$$

Хотя возможно повторное использование как первичных, так и вторичных ресурсов, общий запас природных ресурсов ограничен. Только некоторая доля выпуска потребляется, а затем перерабатывается. Остальная часть становится капиталом. Объем отходов, доступных для переработки, уменьшается в долгосрочной перспективе. Природные ресурсы все больше заменяются капиталом. После того, как природные ресурсы закончатся, переработанные ресурсы становятся все более редкими. Производство останавливается. Оставшийся запас капитала потребляется. Экономика не выживает.

Системы с неполной переработкой

Теоретически полная переработка возможна, и в этом случае, предполагая полное потребление и отсутствие накопления капитала, бесконечный рост будет возможным. Нехватка ресурсов больше не будет являться ограничением экономического роста. Но это противоречит реальности. В случае с нефтью или, более конкретно, пластиковыми бутылками, полная переработка технически невозможна из-за частичной потери материала (массы) в процессе использования. Иными словами, только определенная доля отходов после использования возвращается в мусорный бак, тогда как другая часть утрачивается окончательно. Теперь можно модифицировать модель с учетом несовершенной переработки.

Движение отходов задается следующим образом:

$$\dot{D} = -J + (J + R)(1 - \chi)\kappa \quad (29)$$

Где $0 < \chi < 1$ обозначает частичную потерю материала в процессе использования. Трек оптимального потребления выглядит так:

$$\frac{\dot{C}}{C} = F_K - \rho + \frac{F_J \mu}{\frac{1}{1 - \chi} - \kappa + F_J \mu \kappa - \mu F_J} \left[F_K (1 - \kappa) + \frac{\dot{\mu}}{\mu} \right] \quad (30)$$

Полученные ранее результаты по-прежнему остаются верными. Потребление, однако, возрастает раньше. Поскольку только часть потребленного выпуска может быть переработана, объем отходов, доступных для переработки, используется более интенсивно. Время функционирования экономики в данной модели будет короче по сравнению с моделью полной переработки.

Технологический прогресс

В то время как переработка может продлевать жизнь экономики и считается временным решением, технологический прогресс необходим для поддержания долгосрочного экономического роста.

Существует большое число статей по ограниченным ресурсам с учетом технологического прогресса. Одна из первых моделей оптимального использования ограниченных ресурсов, в которой учитывается экзогенный технологический прогресс,

была сформулирована в работе Stiglitz (1974) [14]. Производственная функция расширяется за счет параметра технологического прогресса, причем не уточняется, улучшает ли технологическое изменение использование капитала или ресурсов. Такое расширение предотвращает смерть человечества от голода. Данная модель будет более подробно описана далее.

Существует также модель ограничителя (так называемая *backstop technology model*). Согласно работе Nordhaus et al. (1973) [15], технология с ограничителем является технологией производства, которая использует ресурсы, находящиеся в достаточном объеме (бесконечные), и капитал в качестве факторов производства. В последовавших затем работах несколько экономистов включили такую технологию в модели ограниченных ресурсов. В качестве примера можно привести работы Dasgupta and Heal (1974) [16] и Kamien and Schwartz (1978) [17]. В обеих работах технология с ограничителем предоставляет заданный поток полезности, или является совершенным заменителем для ограниченного ресурса в процессе производства. Дата появления технологии с ограничителем не определена. В работе Dasgupta and Heal (1974) [16] технология с ограничителем не является плавным процессом появления инноваций, а вместо этого представляет собой технологический прорыв дискретного типа, который происходит единовременно и влияет на все области экономики. Дата появления такой технологии задается экзогенно. В работе Kamien and Schwartz (1978) [17] дата появления технологии с ограничителем определяется эндогенно посредством инвестиций в НИОКР. Тем не менее, как только появляется такая технология, ограниченные ресурсы перестают использоваться.

Tahvonen and Salo (2001) [18] не используют дискретный подход в появлении технологии с ограничителем («раз и навсегда»); вместо этого они рассматривают экономику, в которой невозобновляемые и возобновляемые ресурсы сосуществуют и являются совершенными заменителями. В этом случае оба типа ресурсов используются в переходный период, тогда как в долгосрочной перспективе ограниченный ресурс заканчивается. Иногда также рассматривают последовательное улучшение существующей технологии с ограничителем. Ограниченные ресурсы и технология с ограничителем существуют с начала времен. Они являются совершенными заменителями. Издержки использования технологии с ограничителем могут быть постепенно снижены за счет инвестиций в НИОКР. Как и в работе Tahvonen and Salo (2001) [18], они обнаруживают, что ограниченные ресурсы и технология с ограничителем используются одновременно до тех пор, пока невозобновляемый ресурс не будет истощен.

Just et al. (2005) [19] рассматривают в своей работе случай, когда технология с ограничителем, способная заменить собой такой ресурс, уже существует, однако ожидается открытие более совершенной технологии. Дата открытия более совершенной технологии неизвестна. Они обнаружили, что может быть более выгодным ожидать появления более совершенной технологии с ограничителем, чем использование уже имеющейся.

Экзогенный технологический прогресс

Первой попыткой ответить на вопрос, способен ли технологический прогресс уберечь человечество от голодной смерти, стала работа Stiglitz (1974) [14]. Описание экономики сходно с моделью Dasgupta-Heal. Краткое описание данной модели дано ниже. Заданный запас ограниченного природного ресурса S_0 непрерывно уменьшается за счет потока добычи ресурса R_t :

$$\dot{S} = -R_t \quad (31)$$

В дополнение к данному запасу природного ресурса, экономика начинает с заданным запасом капитала K_0 . Физический капитал K_t и поток добычи ресурса R_t используются для производства выпуска Y_t экономики, который затем либо потребляется, либо инвестируется. В отличие от базовой модели Dasgupta-Heal, производственная функция расширяется с помощью улучшающего отдачу от ресурсов параметра технологического прогресса A :

$$F(K, R) = K^\alpha (AR)^{1-\alpha} \quad (32)$$

Технологический уровень $A = A_0 e^{\delta t}$ возрастает с постоянно и экзогенно заданной скоростью δ . Улучшающий отдачу от ресурсов технологический прогресс увеличивает эффективность природного ресурса, то есть больший объем выпуска может быть произведен из заданного объема природных ресурсов, или меньший объем ресурса требуется для производства заданного объема выпуска. Конкретным примером является обогащение ископаемого топлива этанолом (E10).

Инвестиции в запас физического капитала приводят к улучшению производства:

$$\dot{K} = F(K_t, A_t R_t) - C_t \quad (33)$$

С улучшенным производством в будущем возможно большее потребление.

Из соображений простоты единицы эффективности, то есть $k = K / A$ и $y = Y / A = \tilde{F}(k, R)$, используются для описания капитала и выпуска. Дополнительным условием для накопления капитала в единицах эффективности является:

$$\dot{k} = \tilde{F}(k_t, R_t) - C_t e^{-\delta t} - \delta k_t \quad (34)$$

Текущее значение полезности максимизируется с учетом оптимального общественного благосостояния:

$$\max_{C, R} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt \quad (35)$$

С учетом динамического накопления капитала в единицах эффективности, процесс извлечения ресурсов выглядит как:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= \tilde{F}(k_t, R_t) - C_t e^{-\delta t} - \delta k_t \\ \dot{S} &= -R_t \end{aligned} \quad (36)$$

Граничные условия и условия неотрицательности:

$$\begin{aligned} k(0) &= k_0, k(t) \geq 0 \\ S(0) &= S_0, S(t) \geq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

На оптимальном треке норма потребления положительная, пока предельный продукт капитала в единицах эффективности превышает норму временного предпочтения ρ . В долгосрочной перспективе потребление ощутимо только в том случае, если, по крайней мере, выполняется $\tilde{F}_k = \rho$. Таким образом, если t стремится к бесконечности, то $d\tilde{F}_k / dt$ должно быть равно нулю, откуда:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\dot{\tilde{F}}_k}{\tilde{F}_k} = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} \quad (39)$$

Ограниченные ресурсы истощаются с течением времени. В базовой модели истощающийся ресурс заменяется капиталом для того, чтобы поддерживать потребление. В долгосрочной перспективе весь запас капитала потребляется, что приводит к голоданию человечества. Это проблема решается за счет появления технологии, улучшающей использование ресурсов. Теперь капитала больше не потребляется целиком. Норма капитального накопления увеличивается до тех пор, пока она меньше, чем темпы роста технологии улучшения использования ресурсов. В противном случае текущее потребление в конечном итоге дает большее значение текущей полезности, чем будущая отдача от дополнительного капитала, что приводит к прекращению накопления капитала.

В дополнение к вышесказанному, на оптимальном треке темпы роста предельного продукта природного ресурса в единицах эффективности растут до тех пор, пока предельный продукт физического капитала в единицах эффективности не сравняется с темпами роста технологического изменения (видоизмененное правило Хотеллинга):

$$\frac{\dot{\tilde{F}}_R}{\tilde{F}_R} = \tilde{F}_k - \delta \quad (40)$$

$$\alpha \frac{\dot{k}}{k} - \alpha \frac{\dot{R}}{R} = \alpha k^{\alpha-1} R^{1-\alpha} - \delta \quad (41)$$

Отметим, что предельный продукт $\tilde{F}_R$ увеличивается с ростом k и уменьшается с ростом R . Противоположное верно для $\tilde{F}_k$. Для увеличивающегося предельного продукта ограниченного ресурса, $\frac{\dot{\tilde{F}}_R}{\tilde{F}_R} = \tilde{F}_k - \delta > 0$, отношение капитала в единицах эффективности k к потребляемому ресурсу R возрастает. В то же самое время предельный продукт $\tilde{F}_k$ уменьшается, что приводит к более низкому темпу роста предельного продукта природного ресурса в единицах эффективности. Для $\frac{\dot{\tilde{F}}_R}{\tilde{F}_R} = \tilde{F}_k - \delta < 0$ верно

противоположное, отношение k/R уменьшается, а $\tilde{F}_k$ увеличивается. Темп роста предельной производительности природного ресурса в единицах эффективности увеличивается. В долгосрочной перспективе выполняется $\tilde{F}_k = \delta$, откуда следует, что темп роста предельного продукта природного ресурса в единицах эффективности постоянен.

Используя полученные ранее результаты, потребление может только возрастать или оставаться постоянным если выполняется $\delta \geq \rho$, то есть темп роста технологического изменения больше или равен норме временного предпочтения. С экономической точки зрения, необходима достаточно высокая скорость технического прогресса δ . Прогресс должен нивелировать норму нетерпеливости ρ , которая посредством процесса истощения ограниченного ресурса приводит к голоданию человечества. Отсюда следует, что если это условие выполняется, то экономика выживет.

Чтобы получить условие состояния равновесия, необходимо учесть запас капитала и выпуск в единицах эффективности, скорректированные по используемым ресурсам ($\tilde{k} = K / AR$ и $\tilde{y} = F / AR$). Используя данное определение, можно рассчитать темпы роста

$$g_{\frac{C}{K}}, g_{\frac{F}{K}}, g_V, g_C, g_K \text{ и } g_R :$$

Отметим, что V - это отношение утилизации ресурса (R) к запасу ресурса (S). Иными словами, V является соотношением притока к запасу.

Отношение выпуска к капиталу уменьшается с увеличением капитала и уменьшается с более высоким использованием ограниченного ресурса и с ростом технологического прогресса. Чем ниже производительность капитала (α), тем выше влияние нормы роста капитала, использования ограниченных ресурсов и технологического прогресса на $g_{\frac{F}{K}}$. Отношение потребления к капиталу увеличивается, когда темпы роста потребления превосходят темпы роста капитала. Отношение притока к запасам увеличивается, когда темпы роста использования ресурса превышают отрицательную норму утилизации ресурса ($-V$).

Оптимальный трек роста изображен на нижеследующем рисунке (рисунок 5).

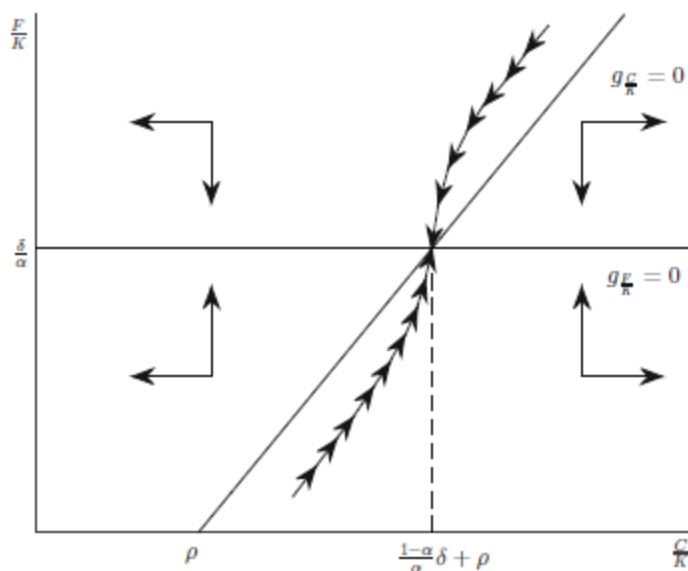


Рисунок 5 – Оптимальный трек роста

Пересечением прямой с положительным наклоном $g_{\frac{C}{K}} = 0$ и горизонтальной прямой $g_{\frac{F}{K}} = 0$ является точка $(\delta \frac{1-\alpha}{\alpha} + \rho, \frac{\delta}{\alpha})$, единственная точка устойчивого равновесия. Оптимальный трек показан стрелочками по направлению к точке пересечения. Над (под) $g_{\frac{C}{K}} = 0$ область $\frac{C}{K}$ уменьшается (увеличивается). Аналогичное верно для области $g_{\frac{F}{K}} = 0$. $\frac{F}{K}$ уменьшается над прямой и увеличивается под ней.

Предполагая, что экономика следует оптимальному треку на рисунке 5, оптимальный трек в пространстве $\frac{C}{K} - V$ (оптимальный трек-2) изображен на рисунке 6 ниже.

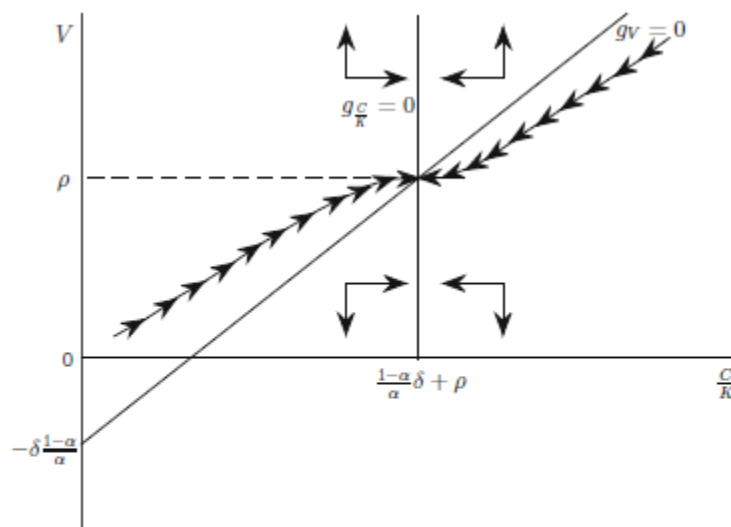


Рисунок 6 – Оптимальный трек-2

Если экономика начинает с относительно высоким капиталом и низким использованием ресурсов, то необходимы более низко расположенные оптимальные треки. Это становится еще более очевидным с более низкой производительностью капитала α ; более высокие запасы капитала оказывают меньшее влияние на производство. Отношение производства к капиталу $(\delta + g_R > g_K)$ и отношение потребления к капиталу $(g_C > g_K)$ увеличиваются. Отношение притока к запасам возрастает $(g_R > -V)$. Накопление капитала ограничено темпом роста потребления или суммой темпов технологического прогресса и темпов изменения использования ресурсов.

Если экономика начинает с относительно низким капиталом и высоким использованием ресурсов, то необходимы более высоко расположенные оптимальные треки. Отношение производства к капиталу $(\delta + g_R < g_K)$ и отношение потребления к капиталу $(g_C < g_K)$ уменьшаются, причем необходима минимальная норма роста капитала. Отношение притока к запасам уменьшается $(g_R < -V)$, откуда следует снижение использования ресурсов.

Модель Стиглица показывает, что технический прогресс является ответом на возможность голодания человечества. Однако эта модель совершенно не объясняет сам технический прогресс. Параметр технического роста δ появляется «из ниоткуда», как будто это «манна небесная». В реальности технический прогресс является результатом проведения инноваций. Таким образом, его необходимо трактовать как эндогенную переменную. Как было сказано ранее, анализ такой теории эндогенного роста,

примененной к ограниченным ресурсам, выходит за рамки данного исследования. Авторам кажется нереалистичным то, что устойчивый уровень потребления может быть достигнут с крайне низкими уровнями использования истощаемого ресурса. Конечный запас ресурсов позволяет произвести лишь ограниченный объем выпуска, что снова приводит к проблеме голодания человечества. Только если ограниченные факторы производства (природные ресурсы) будут заменены неограниченным доступным ресурсом в результате технического прогресса, то человечеству не придется голодать.

3. Экономические мероприятия, направленные на уменьшение дефицита природных ресурсов

Чтобы ответить на вопрос, какие экономические мероприятия поспособствуют снижению дефицита природных ресурсов, разовьем далее экономический анализ проблемы утилизации.

Предположим, что новая технология представляет собой крайне эффективный метод производства синтетического топлива. Синтетическое топливо теперь может производиться более эффективно по сравнению с традиционными методами получения природного топлива. В данном примере как только новая технология становится доступной, существующие запасы капитала и ограниченных ресурсов лишаются экономической ценности. Из данного допущения следует $W_K = W_S = 0$. Политика оптимального потребления до технологического прорыва стремится к выполнению решения, описанного в базовой модели Dasgupta-Heal, то есть предполагается, что новая технология никогда не будет открыта. Единственное различие заключается в том, что вероятность важного ресурса стать неважным в результате технического прогресса добавляется в дисконт-фактор (норма временного предпочтения). Это имеет смысл, поскольку норма дисконтирования выше в неопределенной ситуации, домохозяйства будут больше потреблять сегодня, чем в будущем. Для того, чтобы упростить сравнение с базовым результатом, пусть ω_t имеет распределение Пуассона:

$$\omega_t = \pi e^{-\pi t} \quad (42)$$

Пуассоново распределение имеет смысл, поскольку испытания по схеме Бернулли (время T наступило/не наступило) рассчитываются на бесконечном временном интервале. Это приводит к постоянной условной вероятности появления новой технологии в момент

t , причем до этого не происходило $\omega/\Omega=\pi$. Трек оптимального потребления определяется как:

$$\frac{\dot{C}}{C} = \alpha x^{1-\alpha} - (\rho + \pi) \quad (43)$$

В момент T не существует запаса капитала и нет запаса ограниченного ресурса. Разрыв с прошлым теперь окончателен. Треки оптимального потребления для описанной экономики показаны на рисунке 7.

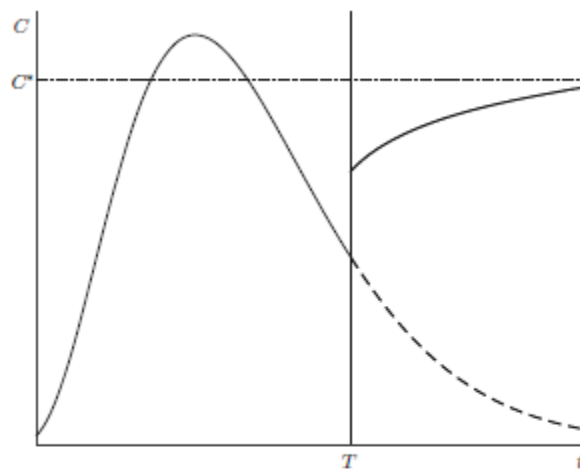


Рисунок 7 – Треки оптимального потребления-3

По сравнению с базовой моделью, первый трек потребления (до T) сходный. Пики потребления в начале возникают из-за более высокой нормы временного предпочтения. После T экономика стремится в долгосрочной перспективе к устойчивой норме потребления.

Модель Kamien-Schwartz

Технологическое развитие происходит постепенно, без издержек и экзогенно, как в модели Стиглица. Иными словами, «падает с неба». Технический прогресс в модели Dasgupta-Heal также не имеет издержек, однако появляется внезапно в экзогенно заданный случайный момент времени.

В реальности технический прогресс происходит не непрерывно и требует усилий. Более высокий уровень инвестиций увеличивает вероятность технологического прорыва, однако не устраняет случайности инноваций. Экономика проходит через два различных

периода – до и после технологического прорыва. После момента T экономика использует новую технологию.

Экономика до технологического прорыва описывается заданным запасом ограниченного природного ресурса S_0 , который непрерывно уменьшается потоком использования ресурсов R_t :

$$\dot{S} = -R_t \quad (44)$$

В дополнение к заданному запасу природного ресурса, экономика начинает с запасом физического капитала K_0 . Амортизация физического капитала не учитывается. Выпуск экономики Y_t зависит от физического капитала K_t и нормы извлечения природного ресурса R_t . Выпуск либо потребляется, либо инвестируется в физический капитал или в исследования. Потребление увеличивает текущее благосостояние, однако приводит к отрицательным изменениям в капитале. Инвестиции в запас физического капитала приводят к улучшенному производству:

$$\dot{K} = F(K_t, R_t) - C_t - m_t \quad (45)$$

С улучшенным производством в будущем становится возможным большее потребление. Дата технологического прорыва неизвестна. Однако на эту дату влияет интенсивность исследований, то есть технический прогресс становится эндогенным. Технический прогресс становится результатом успешных исследований (НИОКР), которые требуют перенаправления ресурсов из потребления и инвестиций в капитал в пользу НИОКР с нормой m_t . Как только накопленные эффективные вложения в исследования Z_t достаточно высоки, новая технология становится доступной. Дополнительный поток полезности $W(K_T, S_T)$ становится доступным с момента времени T .

$$W(K_T, S_T) = \max_{C, R} \int_T^{\infty} e^{-\rho(t-T)} U(C_t) dt \quad (46)$$

Открытие альтернативного, более эффективного метода производства делает текущие запасы капитала и ограниченных ресурсов бесполезными. Данное допущение подразумевает, что $W(K_T, S_T) = W$, то есть дополнительный поток полезности W не зависит от предыдущих запасов капитала и природных ресурсов.

Эффективные вложения в исследования изначально равны нулю и накапливаются с ростом расходов на НИОКР. С течением времени дополнительные вложения в НИОКР прибавляют все меньше к суммарным вложениям (что отражает снижающуюся отдачу от НИОКР с ростом расходов на исследования). Таким образом, темпы НИОКР связаны с ростом накопленных эффективных вложений Z_t , используемых в проекте в момент t , посредством ограниченной, вогнутой, монотонно возрастающей и дважды дифференцируемой функции $v(m_t)$.

Вероятность $\omega(z_t)$ того, что в момент времени t наступает дата T открытия новой технологии, равняется вероятности того, что НИОКР будут успешно завершены к моменту времени, когда накопленные вложения равны Z . Аналогично модели Dasgupta-Heal, технологический прорыв предполагается непрямым, то есть он произойдет в какой-то момент в будущем. $\Omega(z_t) = 1 - \omega(z_t)$ является вероятностью того, что в момент времени t дата открытия T новой технологии еще не наступила.

Далее предположим, что условная вероятность завершения исследований $h(z)$ выглядит зависит от z таким образом, что $\bar{z}$ является наименьшим значением z , для которого завершение непременно, то есть $\omega(\bar{z}) = 1$. Более того, $\underline{z}$ является наименьшими вложениями, требуемыми для возможного технологического прорыва, то есть $h(z) = \omega(z) = 0$ для вложений, меньших, чем $\underline{z}$.

Домохозяйства будут получать полезность $U(C)$ до тех пор, пока используется старая технология. Учитывая будущий поток полезности с дисконтированным значением W в момент времени t , вероятность того, что новая технология станет доступной в интервале $(t, t + dt)$, равна:

$$d\omega(z) = \omega'(z) \dot{z} = \omega'(z) v(m) \quad (47)$$

Ожидаемая величина полезности максимизируется с учетом оптимального общественного благосостояния:

$$E \left[\max_{C,R,m} \int_0^\infty e^{-\rho t} U(C_t) dt \right] = \max_{C,R,m} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[U(C_t) \{ \Omega(z) \} + \omega'(z) v(m) W \right] dt \quad (48)$$

Динамическое накопление капитала, процесс извлечения ресурсов, а также процесс внедрения инноваций:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= F(K_t, R_t) - C_t - m_t \\ \dot{S} &= -R_t \\ \dot{z} &= v(m_t) \end{aligned} \quad (49)$$

Граничные условия и условия неотрицательности:

$$\begin{aligned} K(0) &= K_0, K(t) \geq 0 \\ S(0) &= S_0, S(t) \geq 0 \\ z(0) &= z_0, z(t) \geq 0 \end{aligned} \quad (50)$$

Решение проблемы динамической оптимизации задействует максимальный принцип оптимального контроля и сочетает условия оптимальности. Отметим, что нижеследующее решение верно только до того момента, как будет открыт заменитель. В момент T начинается период экономики после технологического прорыва.

Тогда существует два возможных решения для m_t , которые максимизируют гамильтониан в каждый момент времени. Одним из методов является не предпринимать НИОКР, то есть $m = 0$. Тогда в $t = 0$:

$$(i) \quad \psi_3(0)v'(0) - \psi_1(0) < 0,$$

поскольку $z = \omega'(z) = v(0) = 0$. НИОКР не проводятся, если их предельная ценность ниже, чем предельная ценность составного блага при использовании другими способами. Другим методом является применение НИОКР, то есть $m > 0$. Тогда в $t = 0$:

$$(ii) \quad \psi_3(0)v'(m) - \psi_1(0) = 0,$$

что описывает ситуацию, когда технологический прорыв находится в стадии исследования. Чтобы найти момент начала НИОКР, выражение интегрируется, откуда получаем, что для $m > 0$ предельная ценность составного блага, используемого в НИОКР, должна быть равна его предельной ценности в капитальном инвестировании, уравнение. Подстановка этого решения в (i) дает:

$$(i) \quad v'(0) \int_0^\infty e^{-\rho s} \omega'(z) [\rho W - U(C)] ds < \psi_1(0)$$

Это неравенство выполняется, если НИОКР никогда не совершались, поскольку тогда $\omega'(z) = 0$ и отсюда $\psi_3(0) = 0$. Однако если НИОКР совершаются в некоторый момент в будущем, ожидаемая чистая полезность от инноваций положительна. Предельная величина накопленных эффективных вложений в НИОКР больше нуля ($\psi_3(0) > 0$). Должно быть значение ψ_1 в точке t_0 такое, что равенство выполняется, то есть (ii) выполняется.

Чтобы показать это более наглядно, преобразуем (i) следующим образом:

$$(i') \quad \psi_3(0) v'(0) - \frac{\psi_{2(0)}}{F_R} < 0$$

F_R возрастает с течением времени, то есть величина дроби уменьшается. Отсюда следует, что будет такая точка t_0 , что (i') становится равным нулю. В этой точке предельная ценность композитного блага, используемого в НИОКР, равняется предельной ценности композитного блага в капитальном инвестировании. Процесс инновации начинается. Хотя НИОКР могут начаться не сразу в $t=0$, они неизбежно начнутся в будущем. Из-за ограниченного запаса истощаемых ресурсов стимул начать НИОКР сразу достаточно силен. Ситуация, когда НИОКР начинают вестись, рассматривается далее.

Равенство (ii) должно выполняться во время НИОКР. Для случая, когда домохозяйства потребляют плавно с течением времени ($U(C) = \ln(C)$), используя производственные функции Кобба-Дугласа $Y = F(K, R) = K^\alpha R^{1-\alpha}$, оптимальный трек соотношения капитала к ресурсу задается как:

$$\dot{x} = x^\alpha \quad (51)$$

Этот стандартный результат не нуждается в дальнейшем обсуждении. В дополнение, трек оптимального потребления задается как:

$$\frac{\dot{C}}{C} = \alpha x^{\alpha-1} - \rho - v(m)h(z) \quad (52)$$

Оптимальные вложения в НИОКР задаются как:

$$-\frac{v''(m)\dot{m}}{v'(m)} = \alpha x^{\alpha-1} - v'(m)h(z)C[\rho W - \ln(C)] \quad (53)$$

Поскольку $v'(m)$ предполагается положительной, а $v''(m)$ - отрицательной величиной, то вложения в НИОКР ($\dot{m}$) увеличиваются (уменьшаются), когда правая сторона выражения 52 положительна (отрицательна). Например, рассмотрим $v(m) = m^{0.5}$, тогда левая сторона сокращается до $\frac{\dot{m}}{2m}$. Первая часть правой стороны ($\alpha x^{\alpha-1}$) уменьшается с течением времени из-за увеличивающейся замены капитала на ограниченный ресурс. Поведение второй части более сложное. Потребление C и вложения в НИОКР (m) определяют, является ли вторая часть положительной или отрицательной.

Поведение потребления анализируется в равенстве 52. Если предельный продукт капитала меньше или равен норме временного предпочтения в момент t_m (время, когда начинаются НИОКР), то тогда потребление уменьшается с увеличением времени. Функция издержек для НИОКР, $v(m)$, и условная норма завершения $h(z)$ либо равны нулю (для $m = 0$), либо положительны ($m > 0$). Если предельный продукт капитала больше, чем норма временного предпочтения в момент t_m , то потребление уменьшается (увеличивается), если $m > m^0$ ($m < m^0$). m^0 определяется уравнением 51. Для заданных значений λ и z в каждый момент времени, существует по крайней мере одно значение m^0 , для которого скорость роста потребления равна нулю, то есть потребление максимизировано:

$$v(m^0(t)) = \frac{\alpha x^{\alpha-1} - \rho}{h(z)} \quad (54)$$

В каждый момент, когда вложения в НИОКР выше, чем критическое значение m^0 , скорость роста потребления отрицательна, и наоборот. В пространстве C - m значение m^0 определяется областью $\dot{C} = 0$. Поскольку $\alpha x^{\alpha-1}$ убывает с течением времени, а $h(z)$ возрастает с течением времени, то критическая скорость НИОКР m^0 убывает с течением времени. Область $\dot{C} = 0$ смещается вниз с течением времени. Над каждой областью $\dot{C} = 0$ вложения в НИОКР больше, чем m^0 , что приводит к уменьшению потребления. Больше

ресурсов отвлекается от потребления на НИОКР. Ниже каждой области $\dot{C} = 0$ вложения в НИОКР меньше, чем m^0 , что приводит к увеличению потребления.

Поведение темпов НИОКР анализируется в уравнении 52. В момент t_m условная вероятность завершения равна $h(z)=0$. Отсюда вложения в НИОКР возрастают с течением времени до того момента, когда имеется достаточно высокая вероятность непосредственного завершения. Если этот уровень достигается, то потенциал снижается. Максимальный уровень вложений определяется $\dot{m}=0$. В каждый момент времени для данных x и z , комбинации C и m , для которых вложения в НИОКР максимизированы, удовлетворяют:

$$\frac{\alpha x^{\alpha-1}}{v'(m)h(z)} = C[\rho W - \ln(C)] \quad (55)$$

Левая часть уравнения 54 уменьшается вместе с m $\left(v'(m) = \frac{1}{2m^{0.5}}\right)$, тогда как правая часть является вогнутой функцией от C , то есть $G(C)$. Наименьшее значение левой части в любой момент времени выглядит как $\frac{x^{\alpha-1}}{v'(0)h(z)}$. $G(C)$ максимизируется, когда

$C^* = e^{\rho W - 1}$. До тех пор, пока $\frac{x^{\alpha-1}}{v'(0)h(z)} > C^*$, вложения в НИОКР увеличиваются. Если

эта взаимосвязь неверна, тогда вложения в НИОКР ведут себе согласно форме области $\dot{m}=0$. Уравнение 81 можно считать неявным определением функции $m^C(C, t) = m$. Область $\dot{m}=0$ описывается положительными темпами роста для $0 < C < C^*$ и отрицательными для $C^* < C$ в любой момент времени. Этот результат применяется для уравнения 52. Если в какой-то момент времени вложения в НИОКР выше, чем критическое значение m^C (для которого $\dot{m}=0$), то темпы роста вложений в НИОКР положительные, и наоборот. В пространстве C - m для данного уровня потребления область $\dot{m}=0$ сдвигается вверх с течением времени. Поведение темпов НИОКР отражено на рисунке 8.

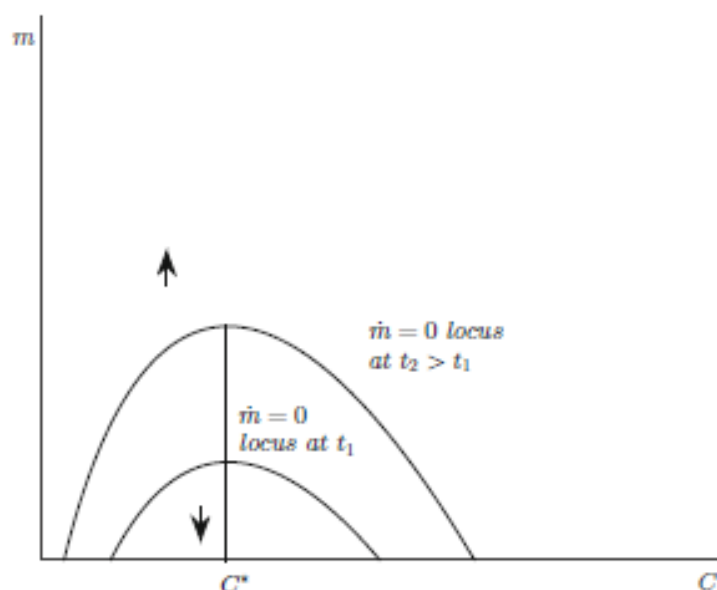


Рисунок 8 – Изменение темпов НИОКР

Существуют три возможные комбинации для полученных временных шаблонов. В первой комбинации предельный продукт капитала меньше или равен норме временного предпочтения, когда исследования начинаются (t_m). Если этот момент совпадает с $t_m = 0$, домохозяйства сосредотачиваются на своем собственном благосостоянии в настоящем, то есть они потребляют больше сегодня и беспокоятся меньше о завтрашнем дне. Из-за ограниченного запаса истощаемого ресурса потребление сначала резко возрастает, а затем постепенно снижается ($\dot{C} < 0$). Потребление не может поддерживаться без инноваций. Чтобы задержать голодание человечества, вложения в НИОКР увеличиваются ($\dot{m} \geq 0$) до тех пор, пока не будет достаточно высокой вероятности немедленного завершения исследований. Если этот уровень достигается, то вложения в НИОКР уменьшаются. Запас ресурсов ограничен и непрерывно уменьшается. Объем экономики неизбежно снижается. Если технологический прорыв не происходит, то снижение объемов экономики приводит к уменьшению потребления и темпов НИОКР. Обе функции имеют один пик и убывают при приближении к нулю. Потребление и вложения в НИОКР с течением времени отражены на следующих графиках (рисунок 9) для $t_m = 0$ и $t_m > 0$.

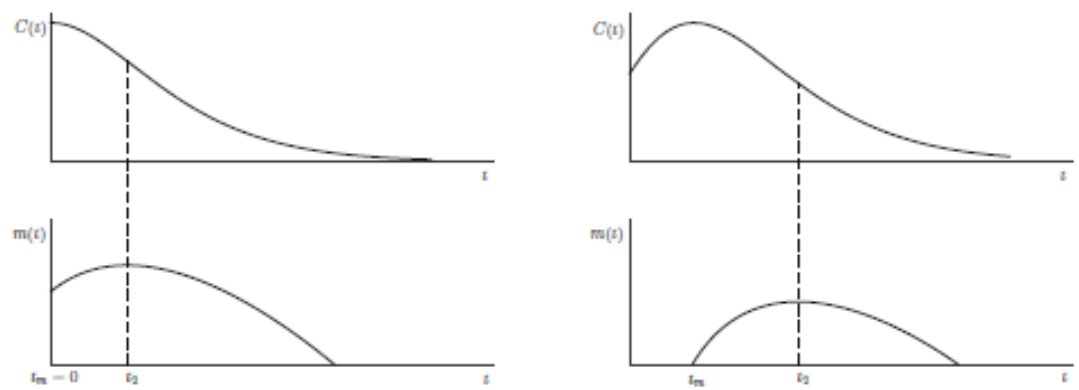


Рисунок 9 – Потребления и вложения в НИОКР

Для $t_m > 0$ потребление сначала увеличивается, а затем уменьшается. Вложения в НИОКР откладываются до тех пор, пока потребление не достигнет своего максимума. Уровень потребления далее уже невозможно поддерживать. Начинаются НИОКР для предотвращения голодания человечества. Когда невозобновляемый ресурс истощается, экономика теряет свой объем, необходимый для вложений в НИОКР. Оптимальный трек в пространстве C - m отражен на рисунке 10 для случая $t_m > 0$.

Оптимальный трек обозначен линией со стрелками. Потребление уменьшается с течением времени (состояние (1)). После начала исследований вложения в НИОКР увеличиваются до тех пор, пока либо не наступит технологический прорыв, либо не начнет убывать объем экономики. Область $\dot{m}$ сдвигается вверх с течением времени. Если дата технологического прорыва не наступает в обозримом будущем, область $\dot{m}$ может возобладать над оптимальным треком. В момент пересечения (состояние (2)), оптимальный трек стационарен $\dot{m} = 0$, тогда как область $\dot{m}$ продолжает подниматься. Отсюда следует, что оптимальный трек лежит под областью, потребление и вложения в НИОКР уменьшаются (состояние (3)).

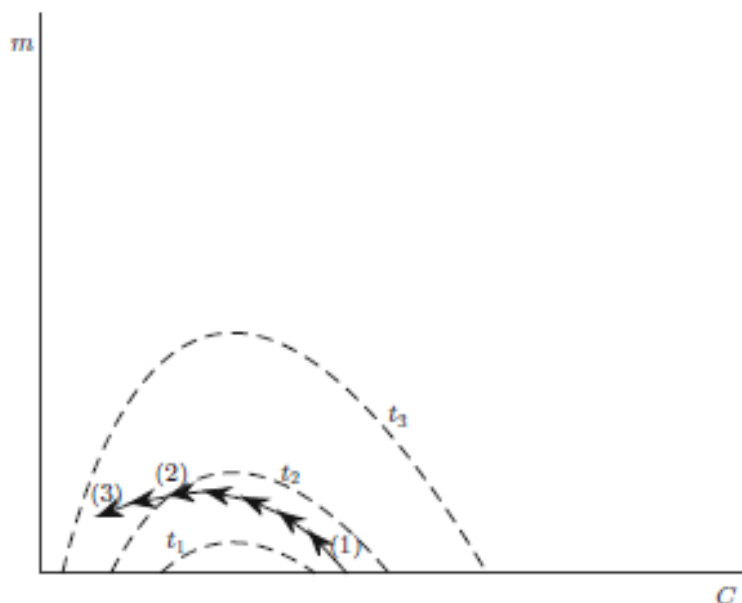


Рисунок 10 – Сдвиг области m

Во второй комбинации предельный продукт капитала больше, чем норма временного предпочтения в момент, когда начинаются исследования (t_m). Домохозяйства сосредоточены на своем будущем благосостоянии, то есть они сохраняют нефтяные запасы для своих детей. Потребление возрастает ($\dot{C} > 0$) до тех пор, пока не достигает своего пика. Вложения в НИОКР возрастают, пока не появляется достаточно высокая вероятность немедленного завершения исследований. Как только этот уровень достигнут, вложения уменьшаются. Запасы ресурсов ограничены и уменьшаются, что в итоге приводит к уменьшению возможностей экономики инвестировать в НИОКР. Обе функции имеют единственный пик и убывают к нулю.

В пространстве C - m область $\dot{C}$ появляется, когда условная вероятность завершить исследования возрастает. Область $\dot{C}$ смещается вниз, в то время как область $\dot{m}$ смещается вверх с течением времени. Здесь имеются два возможных случая. Оптимальный трек может быть захвачен либо опускающейся областью $\dot{C}$, либо поднимающейся областью $\dot{m}$. Если потребление достигает своего пика до вложений в НИОКР, наблюдается следующее поведение (см. рисунок 11).

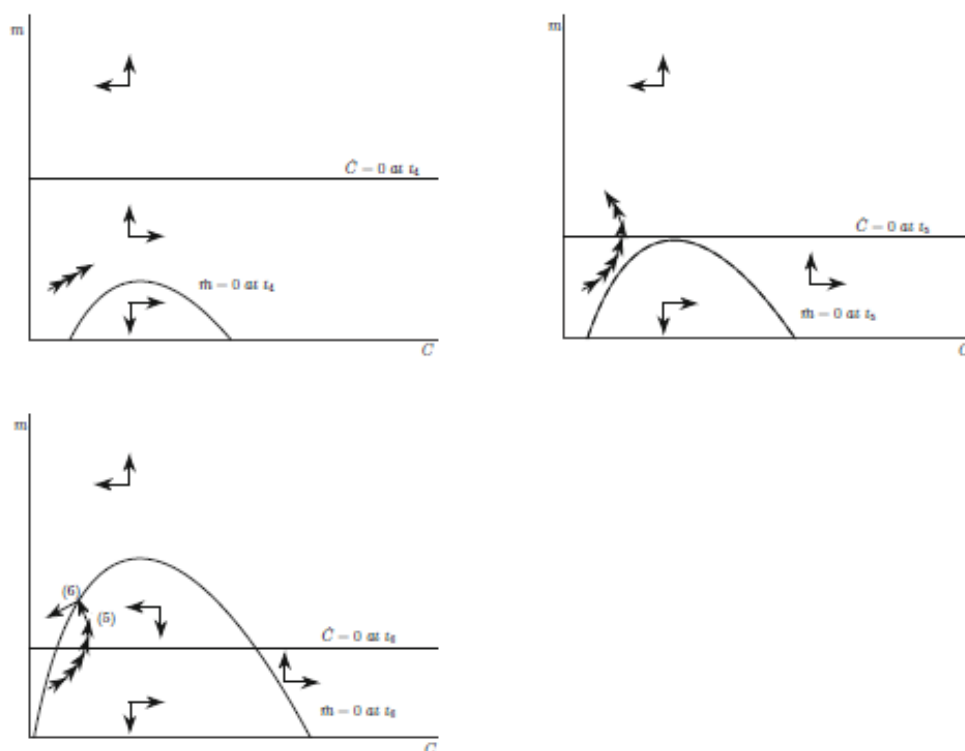


Рисунок 11 – Варианты изменения вероятности завершить исследование

Потребление возрастает, пока не пересекается со снижающейся областью $\dot{C}$. Над этой областью потребление снижается. Если до этого момента не происходит технологический прорыв, то оптимальный трек также пересекает область $\dot{m}$. После этого и потребление, и вложения в НИОКР уменьшаются.

Третья комбинация предполагает, что предельный продукт капитала выше, чем норма временного предпочтения в момент начала исследований (t_m) , а вложения в НИОКР достигают своего максимума первыми. Изначально потребление и вложения в НИОКР убывают. Вложения в НИОКР достигают максимума и затем уменьшаются. Потребление достигает своего пика позднее, после того, как C и m снижаются со временем, пока не достигается технологический прорыв. Описанное поведение для данной комбинации изображено на рисунке 12.

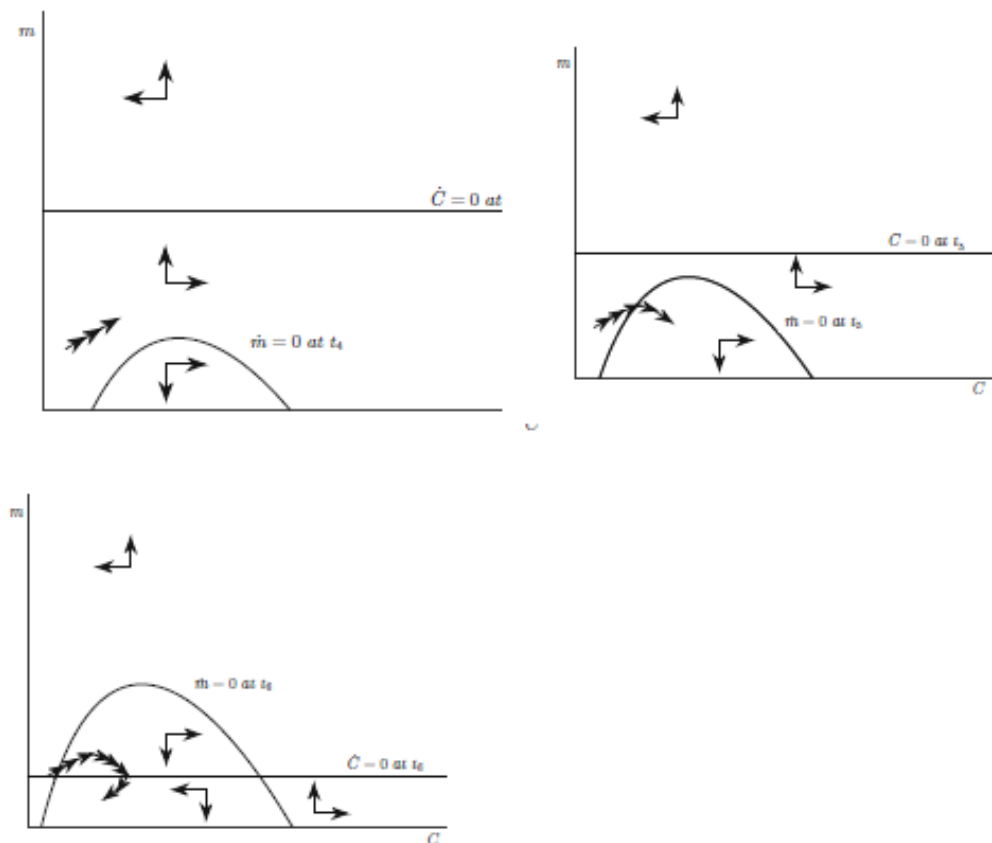


Рисунок 12 - Варианты изменения вероятности завершить исследование-2

И потребление, и НИОКР всегда имеют один максимум. Потребление либо непрерывно уменьшается, либо сначала возрастает, а затем снижается в зависимости от предельной производительности капитала и нормы временного предпочтения ρ . Вложения в НИОКР будут снижаться к нулю, в то время как невозобновляемый ресурс истощается, если технологический прорыв не происходит. Если новая технология успешно применяется, то экономика избегает ограничений. Как только новая технология открыта, экономика становится совершенно новой; больше нет имеющегося запаса капитала и запаса ограниченного ресурса. Разрыв с прошлым окончателен.

Итак, сегодняшнее общество крайне зависимо от ограниченных природных ресурсов. Наиболее очевидным примером является нефть. В последние годы, с наступлением компьютерной эры, такие ресурсы, как редкоземельные металлы, начали играть важную роль. С увеличением зависимости общества по-прежнему мало известно о долгосрочных эффектах на экономический рост. В данном исследовании представлен анализ комплексного развития, через которое проходит экономика с ограниченными ресурсами.

В 1973 году мир претерпел нефтяной кризис, когда цена на нефть увеличилась с примерно 3 долларов за баррель до примерно 12 долларов за баррель. Этот кризис ясно продемонстрировал, насколько зависимой стала глобальная экономика от ограниченных природных ресурсов. Моделирование экономического развития, зависящего от невозобновляемых ресурсов, рассматривает природные ресурсы и физический капитал как важнейшие факторы производства. Из-за ограниченных запасов невозобновляемых ресурсов такая модель своим результатом получила голодание человечества. Несмотря на свою излишнюю пессимистичность, модель Dasgupta-Heal служит хорошей основой для дальнейших теорий.

Как только ключевые ресурсы становятся все более редкими, а производство отходов все более проблематичным, переработка начинает играть важную роль. В данном исследовании рассматривается расширение модели Dasgupta-Heal за счет включения в нее переработки. В этой модели природа больше не является частью экономики – наоборот, экономика рассматривается как часть природы. Принцип вещественного баланса ограничивает возможности экономического производства. Например, материалы, не используемый для создания товаров долгосрочного потребления или перерабатываемых факторов производства должны возвращаться в окружающую среду в качестве отходов. Отсюда вытекает необходимость улучшения надежности и долговечности товаров, накопления капитала и, может быть, наиболее важное – необходимость восстановления и переработки материалов. Хотя предполагается, что переработка может продлевать срок функционирования экономики, конечным результатом все равно становится голодание человечества.

Чтобы этого избежать, необходим технический прогресс. В данном исследовании модель Dasgupta-Heal расширяется посредством экзогенно заданного параметра технического прогресса, улучшающего процесс использования ресурсов. Это происходит с использованием теории, разработанной в статье Стиглица. Технический прогресс, улучшающий использование ресурсов, увеличивает эффективность использования природных ресурсов, то есть больший выпуск может быть произведен с использованием данного объема природных ресурсов, или же меньше ресурсов требуется для данного объема производства. Однако, довольно нереалистичным выглядит то, что устойчивый уровень потребления может быть достигнут с крайне малыми уровнями использования истощаемых ресурсов. Конечный запас ресурсов позволяет производить только конечный объем выпуска, что опять приводит к голоданию человечества. Только если ограниченный фактор природного ресурса будет заменен технологией с ограничителем (бесконечный

доступный ресурс в результате технического прогресса), тогда голодания человечества удастся избежать.

Расширение модели возможно, например, за счет включения в нее технологии с ограничителем. Такая модель подразумевает, что технологический прорыв неизбежен, однако конкретная дата его наступления неизвестна. В период до технологического прорыва политика оптимального потребления предполагает, что новая технология никогда не будет открыта. Единственное отличие от базовой модели Dasgupta-Heal заключается в том, что вероятность превращения важного ресурса в неважный в результате технического прогресса добавлена в дисконт-фактор (норма временного предпочтения). После технологического прорыва запасы невозобновляемых природных ресурсов бесполезны, экономика становится «новой».

В модели Dasgupta-Heal технический прогресс появляется резко, спонтанно, и без инвестиций в НИОКР в экзогенно заданный момент времени. В реальности же технический прогресс является скорее результатом исследований. Высокий уровень инвестиций увеличивает вероятность технологического прорыва, однако не отменяет случайность инноваций. Это более реалистичный сценарий. Можно показать, что и потребление, и НИОКР всегда имеют один максимум. Потребление либо постоянно убывает, либо сначала возрастает, а затем убывает в зависимости от предельной производительности капитала и нормы временного предпочтения ρ . Вложения в НИОКР стремятся к нулю, когда невозобновляемый ресурс истощается, если технологический прорыв не произошел. Если новая технология успешно внедряется, то экономика уже не имеет никаких ограничений.

Следующим шагом является рассмотрение переработки в модели с эндогенным техническим прогрессом (технология с ограничителем). Модель из трех стадий, в которой экономика ожидает две технологии с ограничителем, могла быть особенно интересной. Экономика без переработки ожидает переработки (первая «технология с ограничителем»), а затем ожидает более совершенной технологии с ограничителем (альтернативные источники энергии) в долгосрочной перспективе.

Как было доказано историей, экономический рост, и как следствие, человечество, зависят от технического прогресса. Как только общество достигает определенного уровня благосостояния, острая необходимость исследований может быть неочевидной. Всегда есть соблазн не инвестировать в технический прогресс. В примере с нефтью, мотив проводить исследования в области возобновляемой энергии ниже, когда цена на нефть составляет примерно 50 центов за баррель (высокий уровень благосостояния), чем когда цена на нефть высока, например 120 долларов за баррель (низкий уровень

благосостояния). Как показывает модель, несмотря на текущий уровень благосостояния, общество должно инвестировать в НИОКР сегодня, чтобы обеспечить свое благополучие завтра.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 G.C. Loury, A theory of oil'igopoly: Cournot equilibrium in exhaustible resource markets with fixed supplies / *International Economic Review* (1986) 285-301.
- 2 S. Polasky, Do oil producers act as 'oil'igopolists? / *Journal of Environmental Economics and Management* 23.3 (1992) 216-247.
- 3 R. Cornes, J. Itaya. Models with two or more public goods / *Discussion papers in economics-university of Nottingham* 21 (2003).
- 4 T. H.Tietenberg, L. Lewis, *Environmental and natural resource economics*. Routledge. Pearson Addison Wesley, 9th edition, 2012.
- 5 G., Di Vita, Renewable Resources and Waste Recycling / *Environmental Modeling & Assessment*, 9(3) (2005) 159–167.
- 6 W. D. Schulze. The Optimal Use of Non-Renewable Resources: The Theory of Extraction / *Journal of Environmental Economics and Management*, 1(1) (1974) 53–73.
- 7 M. C. Kemp, and Long, N. Exhaustible Resources, Optimality, and Trade: The Firm As Resource-Farmer. Amsterdam: North-Holland, 1980.
- 8 K.-G. E. E. Maler. A Theoretical Inquiry. Baltimore: John Hopkins University, 1974.
- 9 P. M. Romer. Endogenous Technological Change / *Journal of Political Economy*, 98(5 pt 2) (1990).
- 10 R. Lucas. On the Mechanics of Economic Development / *Journal of Monetary Economics*, 22:3–42 (1988).
- 11 G. Grossman, Helpman, E. *Innovation and Growth in the Global Economy*. Cambridge, 1991.
- 12 S. Rebelo. Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth / *The Journal of Political Economy*, 99(3) (1991) 500–521.
- 13 K. Pittel, Amigues, J.-P., and Kuhn, T. Recycling Under a Material Balance Constraint / *Resource and Energy Economics*, 32(3) (2010) 379–394.
- 14 J. Stiglitz Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth Paths / *The Review of Economic Studies*, (1974) 123–137.
- 15 W. D. Nordhaus, Houthakker, H., and Solow, R.. The Allocation of Energy Resources / *Brookings Papers on Economic Activity*, (1973) 529–576.

- 16 P. Dasgupta, and Heal, G. The Optimal Depletion of Exhaustible Resources / The Review of Economic Studies, (1974) 3–28.
- 17 M. I. Kamien, and Schwartz, N. L.. Optimal Exhaustible Resource Depletion with Endogenous Technical Change / The Review of Economic Studies, (1978) 179–196.
- 18 O. Tahvonen, and Salo, S. Economic Growth and Transitions Between Renewable and Nonrenewable Energy Resources / European Economic Review, 45(8) (2001) 1379–1398.
- 19 R. E. Just, Netanyahu, S., and Olson, L. J. Depletion of Natural Resources, Technological Uncertainty, and the Adoption of Technological Substitutes / Resource and Energy Economics, 27(2) (2005) 91–108.