

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Плескачев Ю.А., Пономарев Ю.Ю.

**Прогнозирование реального индекса валового
внутреннего продукта с использованием
динамических факторных моделей**

Москва 2018

Аннотация. Успешная имплементация мер экономической политики в значительной степени зависит от оперативности и точности прогнозов ключевых макроэкономических параметров экономики. Замедление темпов экономического роста России в 2013-2014 годах и последующее падение ВВП в 2015-2016 гг. еще раз продемонстрировали важность принятия срочных и в то же время взвешенных решений, основой для которых должны являться наиболее актуальная статистическая база по ключевым показателям, в том числе реальному ВВП. В то же время, статистические данные о динамике ВВП в квартальном разрезе выходят со значительным запозданием, что приводит к их отсутствию в оперативном режиме и необходимости построения прогнозов на краткосрочную перспективу в реальном времени.

Использование для решения вышеуказанных задач динамических факторных моделей, которые применяются для оперативного прогнозирования ВВП, приобрело особую популярность в мировой литературе и также на практике (подобные модели используются центральными банками ведущих стран мира) за последние несколько лет в силу более точных прогнозов, которые позволяют получить данные модели, а также того, что они позволяют учесть изменения экономической конъюнктуры и их влияние на экономику страны при формировании мер государственной политики раньше, чем будут опубликованы соответствующие актуальные статистические данные.

Successful implementation of economic policy measures largely depends on the efficiency and accuracy of forecasts of key macroeconomic parameters of the economy. Deceleration of Russia's economic growth in the years 2013-2014 and the subsequent fall in GDP in 2015-2016 once again demonstrated the importance of taking urgent and at the same time balanced decisions, the basis for which should be the most relevant statistical base on key indicators, including real GDP. At the same time quarterly data on GDP dynamics is published with a considerable delay, which leads to the need of short-term forecasts in real time.

The use of dynamic factor models for rapid forecasting of GDP has become particularly popular in world literature and also in practice (such models are used by the central Banks of the world's leading countries) over the last few years due to more accurate forecasts that allow to obtain the model data, as well as the fact that they allow to take into account changes in economic conditions and their impact on the country's economy in the formation of PUBLIC policy measures before the relevant statistical data are published.

Плескачев Ю.А. научный сотрудник лаборатории исследований отраслевых рынков и инфраструктуры ИПЭИ Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ

Пономарев Ю.Ю. старший научный сотрудник лаборатории исследований отраслевых рынков и инфраструктуры ИПЭИ Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ

Данная работа подготовлена на основе материалов научно-исследовательской работы, выполненной в соответствии с Государственным заданием РАНХиГС при Президенте Российской Федерации на 2017 год

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
1 Анализ и систематизация существующих теоретических и эмпирических подходов к прогнозированию ВВП с помощью динамических факторных моделей	7
1.1 Место динамических факторных моделей среди методов прогнозирования динамики ВВП	7
1.1.1 Понятие новкаста и его принципы	7
1.1.2 Динамические факторные модели	13
1.2 Обзор эмпирических исследований, посвященных прогнозированию ВВП с использованием динамических факторных моделей.....	21
2 Построение динамической факторной модели для прогнозирования ВВП России	37
2.1 Особенности применения динамических факторных моделей для прогнозирования ВВП России	37
3 Эмпирический анализ прогнозирования ВВП России с использованием динамических факторных моделей.....	49
3.1 Описание используемой базы данных для построения прогноза ВВП России с помощью динамических факторных моделей.....	49
3.2 Эмпирическая оценка динамической факторной модели для прогнозирования ВВП России	51
3.3 Анализ качества полученных на основе построенной динамической факторной модели прогнозов ВВП России в среднесрочном периоде	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	72
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	74

Введение

Прогнозирование объемов валового внутреннего продукта является одной из основных задач макроэкономики. Прогнозы служат отправной точкой для принятия решений центральными банками, налоговыми органами и агентами частного сектора. Так, при оценке устойчивости бюджета необходимо учитывать прогнозы поведения национального производства. Для краткосрочного прогнозирования ВВП используется широкий спектр подходов: с одной стороны, это оценочные подходы, которые опираются на опыт экспертов. С другой стороны, это набор нелинейных статических и динамических моделей, в том числе факторных.

Оценка и прогнозирование состояния экономики страны является одной из важнейших задач экономической повестки. При прогнозировании ВВП возникает ряд сложностей, в первую очередь связанных со структурой макроэкономических данных. С одной стороны, количество лет, за которые имеются достоверные и релевантные данные, ограничено и не может быть легко увеличено иначе, чем с течением времени. С другой стороны, за последний век статистические агентства собирали ежемесячные и ежеквартальные данные по многим макроэкономическим, финансовым и отраслевым показателям. Таким образом, аналитики сталкиваются с наборами данных, которые имеют сотни или даже тысячи переменных, но количество наблюдений в каждом из рядов относительно невелико.

В последние десятилетия динамические факторные модели обрели популярность в эмпирической макроэкономике. По ряду причин они зачастую оказываются более предпочтительны, чем другие методы и модели. Факторные модели способны одновременно учитывать взаимодействие многих переменных, не сталкиваясь с проблемой ограничения степеней свободы, которая зачастую возникает в регрессионном анализе. Использование большего объема информации способно привести к более точным прогнозам в макроэкономическом анализе. Кроме того, важным преимуществом является то, что исследователю не приходится полагаться на чрезмерно жесткие предположения и ограничения моделей, как это иногда бывает в структурных моделях. Это то, что выделяет факторные модели по сравнению со структурными VAR-моделями, где необходимо внимательно подходить к вопросу отбора включаемых в модель переменных и заранее определять число переменных, определяющих шоки.

Однако, как показывают результаты опроса, проведенного Европейским центральным банком в 2013 г., лишь небольшая доля экспертов (около 10% от всех

опрошенных) использует для прогнозирования факторные модели (рисунок 1).

Модели в приведенной форме, такие как VAR или VEC¹, чаще прочих используются на всех горизонтах прогноза, хотя подобная тенденция выражена ярче для прогнозов инфляции, а не ВВП или безработицы.



Рисунок 1 – Результаты опросов ЕЦБ

Источник: исследование Европейского Центрального Банка [1].

За последнее два десятилетия Российская Федерация переживала периоды как благоприятных, так и неблагоприятных условий экономического роста, которые были вызваны одновременно внутренними и внешними факторами. Рост ВВП в условиях устойчивой тенденции роста цен на нефть, начиная с 2002 г., сопровождался резким спадом во второй половине 2008 г. и большей части 2009 г., который произошел после глобального экономического и финансового кризиса. Дальнейшее оживление в экономическом росте не было постоянным и все еще сопровождалось некоторыми колебаниями в динамике ВВП. В последние несколько лет российская экономика вновь оказалась в условиях спада, характер и перспективы которого, могут быть одновременно объяснены набором структурных факторов,

¹ Векторная авторегрессионная модель, векторная модель коррекции ошибок соответственно.

ухудшением внешних экономических условий, а также повышенной неопределенностью, учитывая последствия глобальной политической и экономической напряженности.

Значительные колебания динамики макроэкономических переменных и структурные изменения в экономике в целом приводят к дополнительным осложнениям в процессе прогнозирования экономической активности. Последнее имеет большое значение для макроэкономической политики в целом. Что касается функций Центрального Банка, то надежные оценки в реальном времени и прогнозы будущего роста ВВП, а также выявление основных сил, влияющих на изменения в росте, имеют важное значение для проведения денежно-кредитной политики и анализа ее возможных последствий для экономики как в краткосрочной, так и в долгосрочной перспективе.

Кроме обозначенных ранее сложностей в прогнозировании динамики ВВП одной из проблем является также и то, что фактические данные об экономическом росте за текущий квартал обычно публикуются с задержкой не менее 45 календарных дней. Однако статистические модели, использующие более актуальные данные о высокочастотных индикаторах, динамика которых может давать сигналы об экономической активности в текущем квартале, часто теперь используются как универсальный инструмент для оценки роста ВВП в реальном времени. Однако необходимый набор экономических переменных может характеризоваться наличием смешанных частот, а также лагами публикации, следовательно, в них будут присутствовать временные ряды разной длины, некоторые из которых будут иметь пропущенные или недостающие значения (т.н. *ragged edge problem*, проблема рваного края).

1 Анализ и систематизация существующих теоретических и эмпирических подходов к прогнозированию ВВП с помощью динамических факторных моделей

1.1 Место динамических факторных моделей среди методов прогнозирования динамики ВВП

В рамках данной главы предлагается подробно рассмотреть различные способы прогнозирования ключевых макроэкономических показателей, включающих в себя ВВП, инфляцию и различные индексы, а также отдельно остановиться на семействе факторных моделей. Необходимо проследить развитие и эволюцию подходов к их построению и оценке, при этом коснувшись как линейных (регрессии, авторегрессии), так и нелинейных моделей (использующих нейронные сети или т.н. bridge-уравнения, или уравнения «связки»).

В первую очередь необходимо определить основные предпосылки формирования семейства факторных моделей, рассмотреть основные этапы эволюции макроэкономического прогнозирования, его изменения и трансформации от простейших линейных регрессий до комплексных нелинейных структур. Далее будут раскрыты основные термины, относящиеся непосредственно к факторным моделям, такие как использование разночастотных данных, новкаст, бэккаст. В завершающей части раздела основное внимание будет уделено по отдельности статическим и динамическим факторным моделям, рассмотрены работы основоположников теории факторного моделирования и наиболее значимые исследования, посвященные данной теме.

1.1.1 Понятие новкаста и его принципы

При построении прогнозов с использованием динамических факторных моделей часто используется понятие новкаста. Как отмечается в работе Banbura и др. [2], новкаст (от англ. nowcasting) можно представить как прогнозирование настоящего, недавнего прошлого и недалекого будущего. Использование данного понятия вполне уместно в экономике, поскольку данные, поступающие в реальном времени, обладают двумя отличительными характеристиками: во-первых, в связи с проверками и

корректировками, финальные публикуемые значения этих же показателей, могут и, как правило, отличаются (зачастую достаточно сильно) от опубликованных на более ранних этапах. Во-вторых, данные обладают «рваным краем» (то есть в определенный момент времени наиболее актуальные данные доступны только для части показателей), поскольку публикуются в разное время и с разными интервалами. Наиболее ярко это проявляется в случае с ежеквартальными данными, отличным примером в данном случае служит показатель ВВП. Официальные статистические данные об объемах ВВП РФ доступны спустя полтора месяца (шесть недель) после окончания соответствующего квартала, а статистика личного потребления и других составляющих ВВП публикуется еще на неделю позже [3].

Базовый принцип новкаста заключается в использовании более высокочастотной информации (ежемесячной или еженедельной), которая публикуется раньше целевого показателя, для получения «ранних оценок», т.е. до того, как официальные данные по нему становятся доступны. В таком случае для оценки ВВП могут быть использованы доступные данные о его составляющих: личном потреблении, промышленном производстве, инвестициях и т.д. Кроме того, используются опережающие индикаторы (финансовые показатели) или данные опросов, доступные с самого начала исследуемого периода. Таким образом, параллельное использование показателей реального сектора (hard data) и опережающих показателей (soft data) может обеспечить качественную оценку ВВП до момента его официальной публикации.

Рассмотрим основные подходы к получению оценок новкаста. До недавнего времени, основной подход к новкастингу основывался на простых bridge-моделях [2]. Bridge-уравнения представляют собой уравнения регрессии, где в качестве зависимой переменной выступает ежеквартальный ВВП, а в качестве независимых – одна или более ежемесячных переменных (например, индекс промышленного производства или результаты опросов), приведенные к квартальному виду. Подобный подход призван нивелировать разрыв между разночастотными данными. Поскольку не все ежемесячные значения доступны на момент расчетов, чаще всего недостающие значения прогнозируются с помощью ARIMA моделей.

Единственное ограничение bridge-модели состоит в том, что предикторы должны обладать сильной объясняющей способностью. В общем виде модель может быть записана следующим образом [4]:

$$\Delta y_t^Q = \mu + \sum_{k=1}^l \phi_k \Delta y_{t-k}^Q + \sum_{i=1}^q \sum_{k=0}^t \phi_{ik} \Delta x_{it-k}^Q + \epsilon_t, \quad (1)$$

где Δy_t^Q - изменение квартального ВВП;

Δx_k^Q - агрегированные ежемесячные показатели.

Эмпирические основы использования bridge-моделей для прогнозирования экономических показателей заложены Giannone и др. [5]. Ключевым в их подходе является использование модели пространства состояний. Система уравнений такой модели состоит из двух типов уравнений: уравнения измерения (measurement equation), связывающие наблюдаемые переменные с латентным процессом (ненаблюдаемым), и уравнения состояния (transition equation), описывающие динамику процесса. Модель в форме пространства состояний позволяет использовать фильтр Калмана для заполнения пропущенных и недостающих данных как для зависимой, так и для независимых переменных (подробно описан Welch и Bishop [6]).

Фильтр Калмана оценивает переменные, используя при этом обратную форму управления: фильтр оценивает состояние переменной в определенный момент времени, а затем получает обратную связь, представленную в виде зашумленных измерений. Уравнения обновления во времени отвечают за прогноз на шаг вперед (по времени) текущего состояния и ковариационных оценок ошибок для получения априорных оценок для следующего шага времени. Уравнения обновления измерений отвечают за обратную связь, например, для включения нового измерения в априорную оценку с целью получения улучшенной апостериорной оценки. Уравнения обновления во времени можно также рассматривать как прогнозные уравнения, в то время как уравнения обновления измерений можно рассматривать как корректирующие. После каждой пары обновлений процесс повторяется с предыдущими апостериорными оценками, используемыми для прогнозирования новых априорных оценок. Алгоритм фильтра Калмана состоит из двух основных шагов [6].

1 Обновление во времени (Time Update), прогноз с учетом неточностей первоначальной оценки включает в себя расчет двух параметров ($\hat{x}_k$ – апостериорная оценка переменной, $\hat{x}_k^-$ - априорная):

$$\text{Прогноз переменной: } \hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B u_k, \quad (2)$$

$$\text{Прогноз ошибки ковариации: } P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q_k, \quad (3)$$

где A_k – матрица перехода;

u_k – управляющее воздействие;

Q_k – ковариация шума.

2 Обновление измерений, корректировка (Measurement Update) также с учетом неточностей. На данном этапе используются первоначальные оценки переменной $\hat{x}_k$ и ковариации P_k^- . Включает в себя расчет трех показателей:

Коэффициент Калмана (Kalman Gain):

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (4)$$

Обновление оценки: $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H_k \hat{x}_k^-)$, (5)

Обновление ошибки ковариации: $P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$

где H – матрица измерений;

R – ковариация шума;

I – матрица идентичности;

z_k – заданный коэффициент измерения.

Метод, предложенный Giannone и др. [5], выгодно отличается тем, что он позволяет интерпретировать различные показатели как сигналы, реакцию на экономические условия. Это достигается за счет использования фильтра Калмана, поскольку все показатели взвешиваются, и таким образом их вклад в ВВП может быть оценен. Кроме того, авторами предложено решение проблемы большой размерности модели: исследуемые показатели изменяются во времени сонаправленно, а, следовательно, могут быть описаны небольшим числом общих факторов [5].

Модель, предложенная Giannone и др. [5], впервые была использована для новкаста ВВП в рамках проекта для Совета управляющих Федеральной резервной системы США в 2003 г. [2]. Впоследствии модель широко использовалась не только в США, но и во многих странах Европы. В расчетах были использованы 200 макроэкономических индикаторов, описывающих экономику США. В выборку были включены такие показатели, как: индекс промышленного производства, уровень занятости, ряд финансовых показателей, уровень цен, уровень заработной платы, объемы кредитования, а также данные опросов. Временной промежуток составил 23 года: с января 1982 г. по март 2005 г. Была проведена комплексная оценка качества модели, а также оценено влияние данных, включаемых в модель в разное время по мере их официальной публикации (всего было изучено 35 различных периодов). Полученный прогноз сравнивался с прогнозом, публикуемым в рамках опроса профессиональных прогнозистов (Survey of Professional Forecasters, SPF), с прогнозом Совета управляющих Федеральной резервной системы США, а также с «наивным» прогнозом, то есть с экстраполяцией последнего доступного наблюдаемого значения ВВП.

Среди альтернатив bridge-моделям можно выделить динамические факторные модели, которые обрели популярность в последнее десятилетие. Впервые понятие динамической факторной модели было представлено Geweke в 1977 г. [7]. Помимо непосредственного построения самой модели, автором была проведена декомпозиция с помощью спектральных методов, а также доказано, что факторная модель обладает лучшими прогнозными характеристиками по сравнению с прочими макроэкономическими моделями.

Однако гораздо более широкое распространение получили работы его последователей, например, Stock и Watson [8] [9] [10] [11], Forni, Lippi, Reichlin [12] [13] [14] и др.

Согласно Reijer [15], базовое понятие о том, что экономический процесс может быть представлен как параллельная динамика набора показателей, было сформулировано Stock и Watson [11]. Они представили индекс экономической активности как ненаблюдаемый фактор в динамической факторной модели, которая включала в себя ряд индикаторов соответствия (coincident indicators (CI)): промышленное производство, реальный располагаемый доход, продажи и т.д. Факторные модели обобщают индексные предположением о том, что процесс может быть описан малым набором факторов, за счет чего в значительной степени снижается размерность признаков пространства с минимальными потерями информации. Факторы вбирают в себя общую динамику изменений, содержащуюся в исходном наборе показателей. Согласно структуре факторной модели, поведение каждой переменной может быть описано двумя взаимно ортогональными компонентами: общей компонентой, которая представляет собой линейную комбинацию общих факторов, и идиосинкратической компонентой. Последняя содержит в себе специфическую информацию о переменных (аналогично ошибке в регрессионной модели).

В ситуации, когда набор исследуемых переменных обладает большой размерностью, предпочтительно использовать упрощающие модели, которые позволят избежать пролиферации, сохранив при этом характерные специфику и особенности исходных данных.

Разные типы факторных моделей различаются в зависимости от свойств общей и идиосинкратической компонент. Классическая, или точная модель (exact model), обычно применяется в общественных науках, когда необходимо оценить параметр, для которого не существует измерительных инструментов, например, качество жизни, уровень счастья или интеллекта и т.д.

В приближенной факторной модели, или обобщенной статической факторной модели (GSFM – generalized static factor model), подробно описанной Chamberlain и Rothschild [16] и Connor и Korajczyk [17], снимается предположение о взаимной ортогональности, то есть возможна несильная взаимная корреляция между идиосинкратическими процессами. Подобные модели чаще всего используются в финансовой эконометрике, арбитражной теории ценообразования, а также в макроэкономике, когда объект исследования отражает региональные или отраслевые шоки.

Следующим этапом в эволюции классической факторной модели стало появление динамических взаимосвязей переменных, воплощенных в динамической факторной модели (первоначально описаны в работах Sargent и Sims [18], Geweke [7]). В данном случае предположение об ортогональности идиосинкратических компонент сохраняется. Если в статической форме динамическая модель выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{it} &= \lambda_i' F_t + e_{it}, \\ i &= 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \end{aligned} \quad (6)$$

где F_t – вектор факторов размера $r \times 1$;

λ_i' – неизвестные факторные нагрузки;

то она может быть преобразована в динамическую вида

$$x_{it} = \lambda_{i0}' f_t + \lambda_{i1}' f_{t-1} + \dots + \lambda_{is}' f_{t-s} + e_{it}, \quad (7)$$

В ряде работ (например, Forni и др. [12], [13]) рассматривается случай, при котором $s \rightarrow \infty$.

В более современной литературе, посвященной факторным моделям, например, в работах Stock и Watson [9], [10], представлена динамическая обобщенная статическая факторная модель. Предполагая, что общие факторы связаны с переменными только до определенного лага, они включили лаговые факторы в спецификацию модели. Основное преимущество такого статического представления динамической факторной модели состоит в технике получения оценок.

Статические факторы в обобщенной статической факторной модели могут быть оценены с помощью статических главных компонент (подробно описано у Connor и Korajczyk [17]). Оцененные факторы эффективно обобщают информацию, содержащуюся в n переменных, до r общих факторов, причем $r \ll n$. Несмотря на это, содержание факторов достаточно трудно интерпретировать с экономической точки зрения, что может являться весомым аргументом против использования факторных моделей.

Обобщенная динамическая факторная модель (GDFM – generalized dynamic factor model), представленная у Forni [12], Forni и др. [13], а также Forni и Lippi [14] использует динамическую структуру данных для оценки факторов как динамических главных компонент динамической ковариационной матрицы (матрицы спектральной плоскости).

В исследованиях Stock и Watson [9], Marcellino и др. [19], Forni и др. [13] показано, что факторные модели превосходят по качеству одномерные и многомерные AR модели. Кроме того, Wang [20], сравнивая факторные модели с DSGE и VAR, приходит к выводу, что на краткосрочном горизонте прогноза факторные модели значительно превосходят по качеству любые другие. Согласно результатам проведенного автором теста Диболда-Мариано, факторная модель ВВП на краткосрочном периоде (прогноз на 1 и 2 квартала вперед) превосходит DSGE и VAR модели, однако отстает от них по качеству на горизонтах прогноза, превышающих 8 периодов. Та же тенденция наблюдается и для прогнозов инфляции с тем отличием, что качество DSGE модели стабильно растет по мере увеличения горизонта прогноза. Таким образом, Wang [20] приходит к выводу, что на краткосрочном периоде эффективны динамические модели, а на долгосрочном – DSGE.

1.1.2 Динамические факторные модели

Как отмечалось выше, одним из самых точных и достоверных способов краткосрочного прогнозирования ВВП в последние десятилетия считается динамическое факторное моделирование. Так, в работе Forni, Hallin, Lippi и Reichlin [12] 2000 г. представлена факторная модель с бесконечной динамикой (infinite dynamics) и неортогональными идиосинкратическими компонентами. Модель обобщает статическую приближенную факторную модель (static approximate factor model), представленную в работе Chamberlain и Rothschild [16] и статическую модель Stock и Watson [8], а также уточненную факторную модель, описанную Sargent и Sims [18]. Она строится таким образом, чтобы принять во внимание временные сдвиги между переменными, используя для этого взвешивание опережающих и запаздывающих переменных.

В приведенных выше работах число исследуемых параметров (различные макропоказатели, доходности активов, неагрегированные данные по регионам) достаточно велико. В таком случае модели VAR и VARMA не применимы, поскольку подразумевают оценку слишком большого числа параметров. В подобной ситуации факторные модели представляются достойной альтернативой, так как способны

предоставить более компактную параметризацию. Для корректного описания процессов факторная модель должна обладать двумя характеристиками: во-первых, она должна быть динамической, а, во-вторых, она должна допускать наличие корреляций между идиосинкратическими компонентами, поскольку наличие ортогональности – нереалистичное предположение в большинстве случаев [12].

Модель, предлагаемая авторами, обладает обеими указанными характеристиками. Ее отличие от предыдущих моделей состоит в том, что Chamberlain и Rothschild [16] допускали наличие корреляционных связей, но сама модель при этом была статической. Авторы рассматривают свою модель на примере рынка активов и утверждают, что он имеет К-факторную структуру в случае, если доход от i -го актива формируется следующим образом:

$$x_i = \mu_i + \beta_{i1}f_1 + \dots + \beta_{iK}f_K + v_i, \quad (8)$$

где μ_i – средний доход актива i ,

f_K – факторы, некоррелированные с идиосинкратической компонентой, которые, в свою очередь, некоррелированы между собой.

Модель Sargent, Sims [18], наоборот, динамическая, но с ортогональными идиосинкратическими компонентами. За основу выбрана стандартная индексная модель, которая может быть записана в виде:

$$y = az + u, \quad (9)$$

где y – вектор наблюдаемых зависимых переменных размера $n \times 1$;

u – вектор ошибок размера $n \times 1$;

z – вектор индексов размера $k \times 1, k \ll n$;

a – вектор лагов.

Далее авторы предлагают наложить более строгие ограничения на u . В случае, если z представляет собой линейную комбинацию sx наблюдаемых переменных x (которые могут включать в себя текущие и предыдущие значения y), то логично предположить, что (x) содержит только текущие и лаговые значения y и экзогенные переменные. На основе этого предположения авторы полагают, что любые элементы вектора x , которые не являются лаговыми значениями y , некоррелированы с u . Если же z не является функцией от x , то в таком случае z и u ортогональны. В условиях заданных предположений уравнение (9) называется «ненаблюдаемой индексной моделью».

При построении модели использован ряд макроэкономических показателей стран ЕС, а также показатель бизнес-цикла еврозоны, который вычисляется как средневзвешенное общих составных частей ВВП стран ЕС.

Статья [18] достаточно тесно связана с тремя другими работами того же времени. Так, Forni и Lippi [14] анализировали обобщенную динамическую модель с теоретической точки зрения. Forni и Reichlin [21] проводили оценку общих компонент динамической факторной модели, в которой идиосинкратические компоненты взаимно ортогональны. Stock и Watson [11] в своей модели допускают изменение во времени коэффициентов факторных нагрузок.

При построении модели Forni и др. [12] сделано предположение, что все переменные принадлежат Гильбертову пространству $L_2(\Omega, F, P)$, где (Ω, F, P) – вероятностное пространство. Первые и вторые моменты конечны. Представлена двойная последовательность

$$\{x_{it}, i \in \mathbb{N}, t \in \mathbb{Z}\} \quad (10)$$

$$\text{где } x_{it} = b_{i1}(L)u_{1t} + b_{i2}(L)u_{2t} + \dots + b_{iq}(L)u_{qt} + \varepsilon_{it},$$

где L – лаговый оператор.

Предполагается, что выполняются следующие предположения:

1 Вектор $\{(u_{1t}, u_{2t}, \dots, u_{qt})', t \in \mathbb{Z}\}$ размерности q – ортонормальный белый шум. Тогда $E(u_{jt}) = 0; \text{var}(u_{jt}) = 1, j, t \in (-\infty, +\infty)$.

Данное предположение означает, что n -размерный вектор $\{x_{nt}, t \in \mathbb{Z}\}$, для которого $x_{nt} = (x_{1t}, x_{2t} \dots x_{nt})'$, стационарен и обладает нулевым средним при любом n .

2 Для каждого $i \in \mathbb{N}$ существует $c_i > 0$ такой, что $\sigma_{ii}(\theta) \leq c_i \forall \theta \in [-\pi, \pi]$

3 Первое идиосинкратическое динамическое собственное значение λ_{ni}^ξ равномерно ограничено. То есть, $\exists \Lambda: \lambda_{ni}^\xi(\theta) \leq \Lambda \forall \theta \in [-\pi, \pi] \forall n \in \mathbb{N}$.

4 Первые q общих динамических собственных значений расходятся в промежутке $[-\pi, \pi]$. Иными словами,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{nj}^x(\theta) = \infty \text{ for } j \leq q, \text{ т. е. на } [-\pi, \pi]$$

При условии выполнения предположений 1-4, модель (10) представляет собой обобщенную динамическую факторную модель.

Аналогично модели Stock и Watson [9] в описанной выше модели предполагается, что векторный процесс (vector-valued process) X_t - это сумма двух ненаблюдаемых компонент: общей компоненты χ_t и идиосинкратической компоненты ξ_t :

$$X_t = \chi_t + \xi_t, \quad (11)$$

Выражение (11) может быть преобразовано к следующему виду:

$$X_t = \lambda(L)f_t + \xi_t, \quad (12)$$

По аналогии с построением факторной модели Stock и Watson [9], далее необходимо выяснить, какая часть дисперсии $X_t \Gamma_{nk}^T$ (где T – количество периодов выборки, n – объем выборки, k – число лагов) объясняется общей компонентой дисперсии (common variance component) Γ_{nk}^χ , а какая – идиосинкратической Γ_{nk}^ξ . Более подробно модель представлена в [12].

Иная спецификация динамической факторной модели предложена в 2008 г. Giannone [5]. Пусть вектор из N стационарных ежемесячных переменных $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Nt})', t = 1, \dots, T$ предварительно стандартизирован и обладает нулевым средним и единичной дисперсией. Полагается, что наблюдаемые переменные X_t могут быть описаны функцией от меньшего числа ненаблюдаемых латентных переменных (факторов), лаги которых – идиосинкратические компоненты:

$$X_t = \lambda f_t + \epsilon_t, t = 1, \dots, T, \quad (13)$$

где f_t – вектор латентных факторов размера $(r \times 1)$;

λ – матрица факторных нагрузок размера $(N \times r)$;

ϵ_t – значение идиосинкратической компоненты в момент времени t .

Факторы представляют собой процесс VAR порядка p :

$$f_t = A_1 f_{t-1} + \dots + A_p f_{t-p} + B u_t, t = 1, \dots, T, \quad (14)$$

где u_t – q -мерные независимые одинаково распределенные по $N(0,1)$ процессы белого шума (динамические шоки);

B – матрица параметров размера $(r \times q)$;

$A_1, \dots, A_p$ – матрица параметров размера $(r \times r)$.

Выражение (14) может быть использовано для прогноза факторов еще до окончания текущего квартала. Система уравнений (13)–(14) может быть представлена в пространстве состояний. Уравнение измерения (13) описывает взаимосвязь между наблюдаемыми и ненаблюдаемыми переменными, а уравнение состояния (14) показывает, как генерируются ненаблюдаемые переменные в зависимости от их лагов.

Кроме самих моделей совершенствовались также и методы оценки факторов и параметров. Для проверки значимости различий ошибок прогнозов, полученных с помощью разных моделей, чаще всего применяется тест Диболда-Мариано [22]. Разработанный в 2011 г. Doz и др. [23] двухшаговый метод позволяет получать оценки факторов с месячной периодичностью. Предполагается, что динамика факторов описывается $VAR(q, p)$ процессом, причем q и p определяются согласно информационному критерию Bai и Ng [24]. Коэффициенты A_k и B в уравнении (15)

оцениваются МНК с использованием статических факторов, полученных с помощью метода главных компонент.

$$f_{\tau} = \sum_{k=1}^p A_k f_{\tau-k} + B \omega_{i,t} \quad (15)$$

где f_r – вектор динамических факторов размерности $q \times 1$;

p – длина лага;

$\omega_{i,t}$ – вектор инноваций размерности $q \times 1$.

Затем переменные оцениваются на всем временном промежутке, включая даже те отрезки, для которых значения некоторых переменных еще не опубликованы. На данном этапе применяется фильтр Калмана. Также с помощью фильтра Калмана генерируются прогнозные значения для незавершенных кварталов, за счет чего решается проблема «рваного» края. Факторы приводятся к квартальным значениям (16) и связываются с ВВП уравнением (17):

$$f_{j,t+h}^Q = \frac{1}{3} \sum_{s=0}^2 f_{j,\tau+H-s} \quad (16)$$

$$y_{t+h|t}^Q = \mu + \beta' f_{t+h|t}^Q + \epsilon_{i,t} \quad (17)$$

Факторы усредняются для получения квартальных рядов и включаются в линейную регрессионную модель темпов прироста ВВП:

$$y_{t+h} = \mu + \delta f_{t+h}^Q + \eta_t, t = 1, \dots, T, \quad (18)$$

где f_{t+h}^Q – вектор квартальных факторов размера $(r \times 1)$.

Таким образом, эволюция динамических факторных моделей прошла через три «стадии»:

1 первая стадия: модели малого масштаба, которые оценивались методом максимального правдоподобия и фильтром Калмана, признаковое пространство включало в себя небольшое число показателей;

2 вторая стадия: росло число используемых переменных, в качестве оценки стал использоваться непараметрический метод главных компонент, поскольку важно было не потерять информативность факторов. Однако проблема рваного края оставалась актуальной и решалась прогнозом недостающих значений с помощью (авто)регрессий;

3 третья стадия: проблема рваного края решается за счет использования главных компонент в модели пространства состояний и использованием фильтра Калмана для заполнения пропущенных значений. При построении моделей

используются большие признаковые пространства, при этом не возникает «проклятия размерности».

Обобщенный алгоритм построения факторной модели можно представить следующим образом:

- 1 исходные экономические показатели разделяются на блоки и приводятся к стационарному виду. Также, при необходимости, выборка может быть разделена на две части – сбалансированную и несбалансированную (подробнее в работе К. Стырина и В. Потаповой [25]);
- 2 формирование ненаблюдаемых факторов с помощью метода главных компонент или весового отбора, снижение размерности признакового пространства;
- 3 применение информационных критериев для определения оптимального числа факторов, включаемых в итоговую модель;
- 4 восстановление пропущенных либо недостающих значений с помощью фильтрации Калмана;
- 5 оценка регрессии ВВП на факторы и лаги (при необходимости), сравнение с эталонными моделями, проверка статистической значимости прогноза.

Таким образом, регрессионные модели и модели временных рядов могут быть использованы для оценки добавленной стоимости в прогнозировании экономической теории с учетом влияния на текущее состояние прошлого поведения переменных. Однако многие социальные, экономические и политические изменения, которые по тем или иным причинам не могут быть отражены в динамике основных макроэкономических показателей, а также теснота взаимосвязей между используемыми рядами вынуждают накладывать ряд достаточно жестких ограничений на эти модели, что снижает их прогнозные качества. В этом контексте изменяющихся во времени показателей нелинейные модели имеют сравнительное преимущество по сравнению с линейными спецификациями, косвенным подтверждением чего может служить возрастающий с каждым годом объем публикаций, посвященных данной теме. Обобщенная информация о рассмотренных выше моделях приведена в таблице 1.

Таблица 1 – Обобщенная информация по рассмотренным моделям

	Группы моделей	Базовые предпосылки	Сильные стороны	Слабые стороны
1.	Регрессии	Наличие причинно-следственных связей между переменными	Простота используемых моделей, интерпретируемость и наглядность получаемых результатов	Зачастую невысокая точность прогноза, накладываемые ограничения не соответствуют реальному поведению экономических показателей
2.	Семейство VAR	Нулевое математическое ожидание ошибок, предпосылки о структуре взаимосвязей между переменными	Простота используемых инструментов, TVAR допускает продолжительные, но несильные изменения в динамике роста ВВП	Невозможно использовать разночастотные данные, плохая интерпретируемость ограничений, ограниченный горизонт прогноза
3.	DSGE модели	Включают в себя отдельно домохозяйства, фирмы, а также органы денежно-кредитного регулирования. Уровень цен и зарплат фиксирован.	Хорошо описывают поведение в настоящий момент. Лучший результат прогноза демонстрируют в среднесрочной перспективе (на 3-4 квартала вперед)	По качеству прогноз несильно превосходит VAR и BVAR и практически не отличается от простейших моделей
4.	Нелинейные			
4.1.	Нейронные сети	Нелинейная зависимость между изучаемыми показателями	Обеспечивают справедливую аппроксимацию широкого спектра нелинейных процессов, более чувствительны к изменению факторов среды, наличию выбросов, асимметричной реакции на внешние шоки, институциональным изменениям и т.д. чем прочие модели	Необходимость использования больших массивов данных (как по времени, так и по количеству переменных), достаточно сложный математический аппарат, который не всегда возможно реализовать
4.2.	Bridge		Эффективный способ учета актуальной, но неоднородной информации,	Заполнение пропущенных значений осуществляется за счет наличия сильной автокорреляции в исходных рядах
4.3	MIDAS		Регрессии (в т.ч. и многомерные), способные учитывать взаимосвязи разночастотных данных	Применяется только в тех случаях, когда частота зависимой переменной ниже частоты всех независимых.
4.4	Факторные			
4.4.1	Статические. Модель Stock и Watson [9]		Факторы получаются с помощью статического анализа главных компонент	Доступны только статические веса факторов, не рассматривается динамическая взаимосвязь переменных

Продолжение таблицы 1

	Группы моделей	Базовые предпосылки	Сильные стороны	Слабые стороны
4.4.2.	Динамические. Модель Fornі и др. [12] [13]	Общая динамика большого числа временных рядов обусловлена относительно небольшим числом латентных (ненаблюдаемых) факторов, которые, в свою очередь, изменяются во времени	Позволяют использовать своевременные данные и строить прогнозы в реальном времени, учитывать рыночные ожидания (через результаты опросов), отсутствует проблема «рваного края»	Достаточно сложная структура, сложность в получении оценок, сложность в экономической интерпретации факторов

Источник: составлено авторами.

Как следует из рассмотренных выше исследований, факторные модели являются достаточно эффективным инструментом краткосрочного прогнозирования не только ВВП, но и других ключевых макроэкономических показателей, поскольку позволяют легко оперировать большими объемами данных. Кроме того, в них решается проблема рваного края, вызванная нерегулярной структурой используемых индикаторов, что позволяет использовать разночастотные данные (от квартальных до ежедневных). В рамках методологии факторных моделей общие факторы представляются как ненаблюдаемые компоненты в форме пространства состояний. Использование фильтрации Калмана для оценки параметров и заполнения недостающих данных обеспечивает более качественные прогнозы. Еще одним преимуществом данного типа моделей является то, что они способны функционировать в режиме реального времени, обновляя прогноз по мере поступления актуальной информации вне зависимости от ее частотности. Вес поступающей информации при этом устанавливается автоматически, с учетом ее актуальности. Включение в модель оценочных суждений в форме результатов опросов наряду с реальными экономическими индикаторами позволяет повысить качество прогнозов в долгосрочной перспективе. Однако, несмотря на выдающиеся прогнозные характеристики большинства динамических факторных моделей, весомым аргументом против их использования является то, что содержание факторов трудно интерпретировать с экономической точки зрения.

1.2 Обзор эмпирических исследований, посвященных прогнозированию ВВП с использованием динамических факторных моделей

В течение последних десяти лет применение факторных моделей для прогнозирования ВВП получало все большую популярность. При построении своих прогнозов Центральные банки применяют три основных типа моделей: bridge-модели в различных модификациях, а также статические или динамические факторные модели, описывающие краткосрочное поведение показателей [26].

В 1977 г. Geweke [7] были разработаны теоретические основы факторного моделирования, а позднее Stock и Watson [10] Marcellino и др. [19], и Forni и др. [13] сформировали базовые подходы к эмпирическому анализу разночастотных рядов данных. Основная методология расчетов факторных моделей подробно описана у Stock и Watson [11], [10], [8], на ее основе проведена большая часть исследований, в том числе построены модели краткосрочного прогнозирования для ЦБ Германии [27], Франции [26], Нидерландов [15], для ЦБ РФ [3] и др. Исследование Baffigi и др. [28], описывающее ВВП Евросоюза и трех его крупнейших членов, также подтверждает эффективность данного подхода к прогнозированию краткосрочных изменений ВВП. Что касается недостатков динамического факторного моделирования, то в качестве основного в литературе отмечается сложность экономического обоснования получаемых факторов. Рассмотрим ряд исследований, посвященных прогнозированию с помощью динамических факторных моделей, и полученных в них результатов.

В работе 2003 г. [29], посвященной модификации существующих на тот момент индексов соответствия (coincident index), Mariano и Murasawa предложено использовать для расчета индекса Stock и Watson, разработанного ими в 1989 г. [11], разночастотные данные о ежеквартальном изменении реального ВВП и ежемесячных индикаторах бизнес-циклов с применением метода факторного метода максимального правдоподобия (maximum likelihood factor analysis, ФММП).

Авторы высказывают ряд критических замечаний в адрес стандартных индексов, приводя в пример ежемесячные индексы соответствия США (композитный индекс (CI) и экспериментальный индекс соответствия Stock и Watson [11] (XCI)), которые не используют в расчетах данные о реальном ВВП отчасти потому, что индексы рассчитываются на ежемесячной основе, а ВВП на квартальной. Японский же индекс использует квартальные данные, трансформируя их в ежемесячные с помощью линейной

интерполяции. Еще одним серьезным недостатком использования индексов является сложность их экономической интерпретации.

Для решения описанных выше проблем Mariano и Murasawa [29] предлагают использовать как ежемесячные, так и ежеквартальные данные при расчете индексов соответствия. В 1991 г. Stock и Watson 1991 г. [30] модифицировали индекс соответствия (S-W), применив для его расчета ФММП, но не внося изменений в состав набора переменных. Mariano и Murasawa [29] предлагают дополнить его ежеквартальным значением реального ВВП, полагая при этом, что полученная модель превзойдет по качеству оригинальный индекс S-W.

Предложенная авторами статическая однофакторная модель представлена в форме пространства состояний, причем квартальные данные интерпретируются как ежемесячные с пропущенными значениями. В таком случае, авторы предлагают заполнять недостающие значения независимыми одинаково распределенными случайными величинами нормального распределения и пересобирать модель в пространстве состояний, чтобы в дальнейшем иметь возможность применять фильтр Калмана для оценки функции максимального правдоподобия.

В продолжение работы Baffigi [28] Antipa и др. в 2012 г. [31] проводят сравнение эффективности факторных моделей и bridge-моделей.

Несмотря на выдающиеся прогнозные характеристики большинства динамических факторных моделей весомым аргументом против их использования является то, что экономическое содержание факторов трудно интерпретировать с экономической точки зрения. По этой причине авторы дополняют анализ bridge-моделями, которые позволяют проще интерпретировать используемые данные.

Динамические факторные модели построены на статических и динамических главных компонентах, первые из которых получены согласно методологии Stock и Watson [9] [10], а вторые основаны на методах, описанных Doz, Giannone и Reichlin [32] и Forni и др. [13]. Спецификация bridge-моделей подробно описана в работе Antipa и др. [31].

По итогам построения трех различных прогнозов авторы пришли к следующему выводу: дополнение уравнений bridge-моделей путем включения новой доступной ежемесячной информации обеспечивает более точные прогнозы. Среди динамических моделей наилучший результат демонстрирует модель Forni и др. [13]. Bridge-модели в целом оказались лучше динамических факторных, различия в СКО двух типов моделей невелики, но статистически значимы.

В работе Reijer 2005 г. [15] для прогнозирования ежеквартального ВВП Нидерландов на период от одного до восьми кварталов использованы две факторные модели: статическая, предложенная Stock и Watson [9] и динамическая, предложенная Forni и др. [12]. Признаковое пространство включает в себя 370 показателей, лежащих в основе структурной макроэкономической модели Центрального Банка Нидерландов и дополненных ведущими индикаторными переменными. Период изучения: первый квартал 1980 г. – четвертый квартал 2002 г.

Для проверки результатов, полученных с помощью статической и динамической моделей, применен парный тест на точность прогнозов Диболда-Мариано [22], модифицированный для малых выборок по методологии Harvey и др. [33]. Выдвигается гипотеза H_0 о том, что разница полученных прогнозов статистически неотличима от нуля. По результатам проведённых расчётов авторами показано, что нулевая гипотеза отвергается для первых шести горизонтов прогноза. Тем не менее, авторы предлагают не отвергать менее результативную модель, поскольку полученный на ее основе результат может содержать дополнительные экономические интерпретации факторов, которые не используются в лучшей модели.

Кратко основные выводы исследования можно сформулировать следующим образом:

6 Качество прогноза с точки зрения средних квадратов ошибок варьируется в диапазоне от 10% до 30% для прогнозов сроком до 6 кварталов.

7 Первоначальный размер признакового пространства не позволяет построить качественную модель, поскольку набор из 370 показателей перенасыщен данными и зашумлен.

8 Оптимальный размер признакового пространства составляет ~111–115 показателей (в зависимости от горизонта прогноза).

9 Только динамическая факторная модель в каждом из проведенных экспериментов превосходила по качеству эталонную авторегрессионную (в отличие от статической).

В работе Shumacher и Breitung 2006 г. [27] рассмотрена факторная модель в многомерном пространстве разночастотных факторов, оценивающая ежемесячные значения ВВП Германии. С учетом разной периодичности использованных данных и

наличия недостающих значений, факторы предварительно были оценены с помощью ЕМ-алгоритма², объединенного с методом главных компонент.

Опираясь на исследования Stock и Watson [9] [11], авторы оценивают факторы модели с помощью метода главных компонент. ЕМ-алгоритм введен для сглаживания различий в частотности данных. Алгоритм итерационно оценивает ежемесячные факторы, а затем оцененные факторы используются для создания ежемесячных оценок квартальных факторов. Кроме того, он позволяет сглаживать пропущенные данные, например, при лагах публикаций.

В отличие от работ предшественников (например, Reijer [15], Baffigi и др. [28], Dreger [34], Artis и др. [35]), где квартальные значения ВВП преобразуется в ежемесячные перед непосредственной оценкой факторов, в статье Shumacher и Breitung [27] квартальный ВВП совместно с другими ежеквартальными и ежемесячными показатели используется одновременно для оценки факторов. Поскольку основная цель исследования – оценка ежемесячных значений ВВП, требовалась модификация существующих на тот момент методов нахождения оценок параметров факторных моделей, базирующихся на больших объемах исходных данных.

В качестве исходных использованы очищенные от сезонности ежемесячные показатели ВВП Германии, объем выборки составил 50 значений.

Оценки ежемесячного ВВП были рассчитаны на текущий (новкаст) и последующий квартал (опережающий прогноз, one-period-ahead). Также перед авторами стояла проблема выбора оптимального количества факторов. В качестве примера приводится работа Bernanke и Boivin [36], в которой были использованы три фактора, а также отчет Банка Федерального резерва Чикаго [37], который в своем прогнозе использовал один фактор. В своем исследовании Schumacher и Breitung останавливают выбор также на одном факторе, поскольку использование большего числа факторов приводило к ухудшению качества прогноза.

Сравнивая прямой и итеративный подходы к прогнозированию факторов, можно отметить, что итеративный подход более точен на каждом из горизонтов прогноза. Неограниченный метод демонстрирует наихудший результат. Прогноз, не учитывающий своевременные ежемесячные наблюдения, также оказался хуже итеративного. Таким образом, полученный прогноз не противоречит результатам, полученным ранее, например, Bernanke и Boivin [36]. Кроме того, все эталонные модели обладают

² ЕМ-алгоритм (expectation-maximization) - алгоритм нахождения оценок параметров моделей, зависящих от ненаблюдаемых переменных.

наибольшим среднеквадратическим отклонением ошибки прогноза из представленных девяти спецификаций моделей.

Прогнозы, построенные без учета квартальных данных и отраслевых показателей, оказалась менее точными по сравнению с первоначальной, «базовой» моделью. Без результатов опросов точность прогноза значительно снижается. Что касается финансовых показателей, то для новкаста они оказались загрязняющим элементом, а для прогноза на квартал вперед, наоборот, служили способом повысить точность. В целом «базовая» модель признается авторами подходящей для прогнозирования ВВП Германии, поскольку если формально изменения в структуре факторного пространства и улучшают прогноз, то статистически они не значимы.

Cheung и Demers [38] в исследовании 2007 года проводят анализ поведения ВВП и инфляции Канады, приняв за основу работы Gosselin и Tkacz [39], а также Brisson, Campbell и Galbraith [40]. В них авторы утверждают, что использование факторных моделей повышает качество прогноза как ВВП, так и инфляции. Работа Cheung и Demers [38] дополняет и расширяет предыдущие исследования за счет использования нескольких наборов исходных данных, различных правил построения факторной структуры и подходов к формированию выборок.

В расчетах использованы статическая модель Stock и Watson [10] и обобщенная динамическая Fornì и др. [12]. Оптимальное число факторов определяется согласно информационному критерию Bai и Ng [41].

Набор исходных данных включает в себя 324 канадских показателя и 112 показателей США за период с первого квартала 1973 г. по первый квартал 2005г.

Для определения оптимального объема выборки использованы два подхода: рекурсивный, или метод «расширяющегося (или рекурсивного) окна» (expanding window approach), и метод «скользящего окна» (rolling approach).

В качестве тестовых моделей были выбраны AR-модель и кривая IS, зависящая от таких переменных, как: реальный обменный курс валют Канады и США, реальные цены на сырьевые товары, прирост ВВП США и наклон кривой доходности.

В отличие от эталонных моделей в факторных моделях ошибки прогнозирования сосредоточены вокруг нуля, обладают меньшей дисперсией, асимметрией и эксцессом.

В заключение работы авторы делают следующие выводы:

- 1 Статические модели на всех горизонтах прогноза и для всех объемов выборки демонстрируют результат, схожий или превосходящий динамические модели, а факторные модели превосходят тестовые. Для проверки значимости различий ошибок прогнозов использовался тест Диболда-Мариано [22].

2 Включение в модель экономических показателей США повышает точность прогноза, однако этот эффект пропадает для выборок с числом наблюдений $S > 45$ (при использовании метода «скользящего окна»);

3 В целом при определении оптимального объема выборки метод «скользящего окна» превосходит метод «расширяющегося окна», причем точность прогноза возрастает с уменьшением объема.

4 Включение динамических факторов в факторную модель не обеспечивает статистически значимого улучшения прогноза;

5 Проведенный анализ не противоречит результатам, полученным в работах других исследователей (Gosselin и Tkacz [39], а также Brisson, Campbell и Galbraith [40]).

В статье показано, что факторные модели обеспечивают большую точность прогнозов на временном горизонте до 8 кварталов по сравнению с эталонными моделями. Также авторы отмечают, что различия в качестве прогнозов, полученных с помощью статических и динамических моделей, статистически не значимы. Кроме того, способ формирования выборок исходных данных влияет на итоговый прогноз, а увеличение их объема приводит к снижению точности прогноза.

Ajevskis и Davidsons [42] в работе 2008г. подняли вопрос целесообразности применения моделей с использованием большого объема панельных данных для прогнозирования ВВП Латвии. В работе были использованы две факторных модели: модель Stock и Watson [9] и обобщенная динамическая факторная модель Forni, Hallin, Lippi и Reichlin [12]. Впоследствии прогнозные данные по двум моделям были сопоставлены с результатами, полученными с помощью эталонной модели авторегрессии. Полученные результаты позволяют предположить, что по сравнению с более простыми моделями авторегрессии как модель Stock и Watson, так и обобщенная динамическая факторная модель обеспечивают более качественный прогноз, который, однако, не является статистически значимым.

В статье авторы ссылаются на аналогичные примеры использования факторных моделей для прогнозирования ВВП и инфляции в других странах, а именно в США [10], [43], Новой Зеландии, Канаде, Австралии [38], [44], Великобритании [35], а также в ряде стран ЕС: Германии, Нидерландах, Австрии, Бельгии и Франции [19], [45], [46]. Результаты этих исследований демонстрируют, что, как правило, среднеквадратическое отклонение ошибки прогноза факторных моделей ниже, чем аналогичные оценки, полученные с помощью иных моделей, например, авторегрессии.

Целью данной работы является выяснить, в какой степени, по сравнению с более простыми моделями, вышеназванные модели улучшают результаты прогнозирования.

Хотя в других странах модели дают удовлетворительные результаты, в отношении Латвии необходимо принимать в расчет специфические особенности ее экономики, например, структурные корректировки и короткие временные ряды исходных данных. Несмотря на наличие большей части данных с середины 1990-х годов, значительная часть показателей, которые предполагалось использовать, были доступны начиная с более поздних периодов.

Полученные динамические факторные модели демонстрируют достаточно хорошее качество получаемых прогнозов. Основным недостатком работы, по мнению авторов, является крайне малый объем выборки, с чем, по их мнению, могут быть связаны результаты теста Диболда-Мариано, показавшие, что отличия полученных результатов между факторными и эталонными моделями в данном случае незначительны. Кроме этого, ссылаясь на работу Boivin и Ng [47], авторы полагают, что большая размерность пространства факторов (126 показателей) стала одной из причин ухудшения прогноза; в дальнейшем авторы планируют повторить процесс моделирования в сокращенном признаковом пространстве.

В статье Arnošťová и др. [48] приведено сравнение результатов прогнозирования ВВП Чехии с помощью шести различных моделей на временном горизонте до трех кварталов. Две модели (усредненная двумерная VAR (averaged bivariate VAR) и bridge-модель) включают в себя только небольшую часть ежемесячных индикаторов, оставшиеся (две динамические факторные и две статические) построены на всем признаковом пространстве. Полученные результаты сопоставлены с простой одномерной моделью и с историческими прогнозами Чешского Национального Банка. Методология опирается на исследование Barhoumi и др. 2008 г. [49], в котором проводились расчеты для девяти стран Евросоюза и еврозоны в целом.

Авторы отмечают, что на кратчайшем горизонте прогнозирования в один квартал наиболее точными оказались исторические прогнозы Чешского Национального Банка. В целом же наилучшие результаты продемонстрировала модель на основе главных компонент, которая является одной из статических динамических. На втором месте оказались исторические прогнозы, на третьем – динамическая факторная модель. Кроме того, факторная модель, построенная на полном наборе из 98 ежемесячных индикаторов, показала худший результат, чем модель в сокращенном признаковом пространстве (27 индикаторов) и простая одномерная. В большинстве случаев различия в прогнозах оказались статистически значимы.

В отличие от подхода Европейского Центрального Банка, используемой Barhoumi и др. [49], авторы сокращают первоначальное признаковое пространство (98 факторов),

оставляя только те факторы, которые сильно коррелируют с ВВП, тем самым снижая зашумленность данных.

Наилучший результат продемонстрировала модель на стандартных главных компонентах (РС). Однако сравнивая полученные результаты с работой Varhoumi и др. [49], авторы приходят к выводу, что для прогнозирования ВВП Еврзоны лучше подходит динамическая факторная модель, которая демонстрирует наименьшее значение среднеквадратических ошибок. Кроме того, качество прогноза зависит и от времени вступления той или иной страны в Евросоюз: чем оно меньше, тем хуже работают инструменты прогноза.

Авторы отмечают, что на горизонте прогнозирования в один квартал наиболее точными оказались исторические прогнозы Чешского Национального Банка. В целом же наилучшие результаты продемонстрировала модель на основе главных компонент (РС), которая является одной из статических. На втором месте оказался исторический прогноз, на третьем – динамическая факторная модель. Кроме того, факторная модель, построенная на полном наборе из 98 ежемесячных индикаторов, показала худший результат, чем модель в сокращенном признаковом пространстве (27 индикаторов) и простая одномерная. В большинстве случаев различия в прогнозах оказались статистически значимы.

В исследовании Cuevas и Quilis 2012 г. [50] рассмотрена динамическая однофакторная модель средней размерности применительно к краткосрочному прогнозированию ВВП Испании. Приводя в пример работы Chamberlain и Rothschild [16], Bernanke и Boivin [36], Boivin and Ng [47] [51], Stock и Watson [11], Geweke [7], Sargent and Sims [18], Forni и др. [12] [13], авторы отмечают, что чаще всего для прогнозирования макроэкономических показателей использовались модели либо большой, либо, наоборот, малой размерности. С одной стороны, модели малой размерности подвержены воздействию идиосинкратических шоков и неявной потере информации. С другой же стороны, оценка моделей большой размерности методами квазикасимального правдоподобия, аналогичная используемым авторами, может нарушать предположение о взаимной корреляции, необходимое для обеспечения состоятельности оценок. Таким образом, преимуществом выбранной Cuevas и Quilis [50] модели является ее «средний» размер, который обеспечивает естественную защиту от недостатков моделей иной размерности. Также, данная модель сочетает динамическое факторное моделирование с моделированием передаточной функции, используемой вместо bridge-уравнений.

Передаточные функции обеспечивают простоту и согласованность взаимосвязи между общим фактором и макроэкономическими показателями, в частности ВВП. Как утверждают Cuevas и Quilis [50] это позволяет получить более точную оценку ВВП в режиме реального времени. Кроме того, с помощью передаточных функций возможно построение доверительных интервалов для оценок ВВП. В качестве эталонной авторами выбрана модель VARMA.

Таким образом, Cuevas и Quilis [64] была разработана динамическая факторная модель средней размерности. Эта особенность дает ей определенное преимущество перед малыми моделями из-за ее более высокого информационного содержания и в то же время позволяет избежать технических проблем, связанных с согласованностью оценок, которые являются одним из основных недостатков моделей большой размерности. Более того, применяемый авторами двухшаговый подход повышает прогнозные характеристики модели, обеспечивая более устойчивое взаимодействие между индикаторами и макроэкономическими агрегатами. В качестве возможного продолжения исследования Cuevas и Quilis [64] предлагают несколько направлений. Во-первых, включение опережающих индикаторов обогатило бы динамическую структуру модели. Во-вторых, возможность применить разработанную методологию для моделирования и прогнозирования других макроэкономических показателей.

Для краткосрочного прогнозирования ВВП Франции Bessec [26] использована динамическая факторная модель Giannone и др. [5], модифицированная по методологии Doz и др. [23].

Исследование 2013 г. представляет собой адаптацию предложенного Bai и Ng [24] способа отбора предикторов в ситуации, при которой данные публикуются неравномерно. Для выявления незначимых факторов автор использует модифицированный метод наименьших углов LARS-EN (least angle regression - elastic net).

Традиционно факторы формируются на основе большого по объему признакового пространства, содержащего в себе сотни экономических показателей. Впоследствии факторы используются в качестве объясняющих переменных в регрессионной модели прироста ВВП. Поскольку первоначальная методология предполагает использование большого числа переменных и наблюдений, то логичным представляется использование максимального объема доступной информации. Однако, как отмечают Boivin и Ng [51], подобный подход может привести к ряду проблем. Во-первых, нецелесообразно расширять признаковое пространство, если дополнительные переменные менее информативны, чем уже включенные в модель. Во-вторых, в случае, если

идиосинкратические компоненты коррелированы друг с другом, дополнительные переменные могут ухудшать точность оценок факторов и прогноза. Основываясь на этом утверждении, Bai и Ng [24] предлагают использовать метод целевых предикторов (targeted predictors method), который заключается в изъятии из признакового пространства переменных, содержащих только шум, либо наборов переменных, описываемых факторами, в наименьшей степени коррелирующими с прогнозируемой переменной. Сам метод предварительного отбора, использованный Bai и Ng [24], основан на применении LARS-EN алгоритма (подробно описан у Zou и Hastie [52]). Он демонстрирует наилучшие среди прочих методов результаты прогнозирования инфляции и показателей реального сектора (например, индекса промышленного производства).

В качестве модификации алгоритма LARS-EN Bessec предлагает применять его не ко всему набору переменных, а только к тем, информация о которых известна на момент составления прогноза для каждого квартала. Таким образом, алгоритм применяется к набору данных в псевдо-реальном времени, для которых пропущенные значения прогнозируются на основе прошлой информации.

В дальнейшем на сокращенном таким образом признаковом пространстве строятся динамическая факторная модель, разработанная Giannone и др. [5] и оцененная двухшаговым методом, предложенным Doz и др. [23].

Исследование Urasawa 2014 г. [53] также предполагает построение динамической факторной модели, но уже для прогнозирования ВВП Японии. Автор отмечает, что, несмотря на разнообразие используемых для этого методов и подходов, одним из основных аспектов при прогнозировании ВВП стоит считать порядок и качество публикуемой информации, ее лаги и отставания, в том числе и пересмотры прошлых значений. Также подчеркивается актуальность подобного исследования, поскольку за последние 20 лет ВВП Японии был на 60% более волатилен, чем ВВП США или Великобритании. Стандартное отклонение поквартальных значений приростов ВВП Японии оценивался в 1.08%, в то время как аналогичный показатель для США и Великобритании составлял 0.66 и 0.69, соответственно.

Автором замечено, что ранее предпринимались попытки составить краткосрочный прогноз ВВП Японии. Так, Inada в работе 2009 г. [54], посвященной данной проблеме, использовал bridge-модели, а Hara и Yamane в 2013 г. [55] предложили статическую факторную модель. В своем исследовании Urasawa [53] опирается на однофакторную динамическую модель, предложенную Stock и Watson в 1991 г. [8],

модифицируя ее таким образом, чтобы учесть разночастотные данные (ежемесячные и квартальные).

В качестве основного недостатка эталонной модели Urasawa называет ее неспособность учитывать оценочные суждения и некоторые форс-мажорные события [53], приводя в пример запланированное повышение налогов на потребление в Апреле 2014 г. в Японии, реакция на которое была отражена в ряде потребительских и бизнес-опросов, а также сильные землетрясения 2011 г., повлекшие за собой значительное незапланированное повышение государственных расходов.

Подводя итоги, Urasawa отмечает, что в целом общий фактор эталонной модели, способен зафиксировать интенсивность и продолжительность колебаний бизнес-цикла в Японии, а сама модель обладает прогнозными характеристиками, сопоставимые по качеству с рядом официальных прогнозов [53].

Исследование ЦБ РФ [3] направлено на изучение вопроса применимости динамических факторных моделей к краткосрочному прогнозированию ВВП РФ. В основе исследования лежит модель, предложенная Stock и Watson [9] и получившая дальнейшее развитие в работах Giannone, Reichlin и Small [5] и Doz, Giannone и Reichlin [23]. Подход, описанный Giannone, Reichlin и Small [5], позволяет оценивать динамические факторные модели в форме пространства состояний с помощью фильтра Калмана. Это необходимо для устранения проблем, связанных с наличием «рваного края» в исходных данных.

По общим принципам построения данное исследование схоже с исследованием Urasawa 2014 г. [53], в котором строится аналогичная модель для краткосрочного прогнозирования ВВП Японии.

Первоначальная выборка включает в себя 116 показателей, которые можно условно разделить на три группы:

6 Показатели реального сектора (hard data) (36 переменных): промышленное производство, внутренний товарооборот, статистика рынка труда и т.д.;

7 Внешние и финансовые показатели (soft data) (30 переменных): цены на сырьевые товары, межбанковские процентные ставки, индексы фондовых рынков и т.д.;

8 Результаты опросов (50 переменных).

На подготовительном этапе все временные ряды были приведены к стационарному виду по методологии Giannone, Reichlin и Small [5], которая предполагает использование трех типов трансформаций: трехмесячного среднего,

трехмесячной разницы и скользящего среднего темпа роста. Для очищения данных от сезонности был применен метод TRAMO-SEATS³.

В процессе построения динамической факторной модели ненаблюдаемые ежемесячные значения оценивались итеративно с помощью метода главных компонент, а также с помощью фильтра Калмана (по аналогии с исследованием Giannone, Reichlin и Small [5]). Итоговая модель оценивается на временном промежутке с июня 2002 г. по декабрь 2014 г. Таким образом, значения, полученные для четвертого квартала 2014 г., являются новкастом.

Проведенный анализ показал, что факторные модели, основанные на небольшом количестве ненаблюдаемых факторов и включающие в себя значительный массив различных экономических показателей, демонстрируют достаточно точные прогнозы ВВП РФ в краткосрочной перспективе и превосходят по точности альтернативные спецификации. Значение показателя среднеквадратической ошибки прогноза снижается по мере появления актуальной информации.

Согласно эмпирическим исследованиям, показатели реального сектора (hard data) и опережающие показатели (soft data), финансовая статистика и статистика внешней торговли, а также результаты опросов приблизительно в равной степени оказывают влияние на изменение уровня ВВП России.

В дальнейшем авторы предлагают изучить более подробно целесообразность использования блоков данных в различных комбинациях для повышения точности прогнозов, а также определить основные источники обновления прогнозов в реальном времени.

Проведенный анализ исследований, посвященных прогнозам макроэкономических переменных с использованием факторных моделей, которые представляют собой эффективный инструмент обработки больших объемов информации об экономических условиях, показывают, что прогнозы, полученные с помощью факторных моделей, оказываются точнее одномерных и многомерных авторегрессионных моделей и, зачастую, субъективных прогнозов как в периоды роста экономики, так и в условиях спада. Основные характеристики моделей прогнозирования ВВП перечислены в таблице 2. Представлены оценки прогнозов не только для ведущих мировых экономик, но и для ряда стран постсоветского пространства. Рассмотрена возможность инкорпорировать в модель не только ежемесячные данные, но и, например,

³ TRAMO - Time series Regression with ARIMA noise, Missing values and Outliers; SEATS - Signal Extraction in ARIMA Time Series.

ежедневные [3] [31]. Кроме того, доказано, что прогнозирование агрегированных компонентов по точности превосходит прямые прогнозы совокупного выпуска [56].

В большинстве работ отмечается, что достижение высокого качества прогнозов представляется возможным только на коротких горизонтах прогноза, в частности, в текущем квартале [3] [15] [26] [53]. Это означает, что способность прогнозировать рост ВВП в основном касается текущего (и предыдущего) квартала. Кроме того, становится возможным прогнозирование в режиме реального времени, что позволяет обновлять информацию, на основе которой строится прогноз, по мере ее официальной публикации. В частности, уместность использования различных типов данных определяется не только силой их связи с целевым показателем, как это принято в традиционных методах прогнозирования, но и их своевременностью. В ряде работ сделан особый акцент на важность включения в модель оценочных суждений в виде результатов опросов, особенно в периоды, когда не все экономические показатели доступны для анализа [3] [15] [57] [53].

Таблица 2 - Краткая информация по основным рассмотренным статьям

№	Автор(ы)	Год	Страна(ы)	Количество переменных	Характер исходных данных	Период изучения	Особенности, комментарии
1	Mariano, Murasawa	2003	США	4	Квартальные и ежемесячные	1кв1959-4кв2000	Проведена сравнительная оценка качества основных индексов соответствия
2	Baffigi, Golinelli, Parigi	2004	Германия, Франция, Италия, Евросоюз	18-25	Квартальные и приведенные к ним	1кв1980-4кв1999	Использованы bridge-модели, составлен прогноз на 2 года вперед, учтены организация Валютного Союза, рецессия в США, теракт 09.11.2001 г.
3	Reijer	2005	Нидерланды	370	Квартальные	1кв1980-4кв2002	Признаковое пространство найдено избыточным, оптимальное - 110-115 признаков, прогноз на 8 кварталов, динамическая модель лучше статической
4	Shumacherr, Breitung	2006	Германия	52	Ежемесячные +квартальные	2кв1998-1кв2005	Применен ЕМ-алгоритм для сглаживания рваного края, оценивается ежемесячный ВВП, сокращение признакового пространства не улучшает модель
5	Cheung, Demers	2007	Канада	324-436 ⁴	Квартальные	1кв1973-4кв2005	Использованы различные подходы к интерпретации факторов и отбору предикторов
6	Ajevskis, Davidsons	2008	Латвия	126	Квартальные	2кв2000-4кв2006	Модель на малой выборке, результат статистически неотличим от авторегрессий
7	Arnoštová, Havrlant, Růžicka, Tóth	2010	Чехия	98	Ежемесячные и приведенные к ним	1кв2001-4кв2009	Прогноз на 3 квартала вперед, 6 различных моделей, сокращение признакового пространства улучшило модель
8	Antipa, Barhoumi, Brunhes-Lesage, Darne	2012	Германия	24	От дневных до квартальных	1кв2002-4кв2008	Сравнение качества динамических факторных и bridge-моделей
9	Cuevas, Quilis	2012	Испания	31	Ежемесячные	1кв1990-4кв2010	Модель средней размерности, использование передаточных функций
10	Bessec	2013	Франция	96-120	Ежемесячные (большинство), квартальные	1кв1990-4кв2010	Включены не только внутривосточные, но и международные показатели
11	Urasawa	2014	Япония	4	Ежемесячные	1994-2011	Прогноз в реальном времени, обновляемый каждые две недели

⁴ Построены модели для ВВП (324 переменных) и инфляции (436 переменных).

Продолжение таблицы 2

№	Автор(ы)	Год	Страна(ы)	Количество переменных	Характер исходных данных	Период изучения	Особенности, комментарии
12	Поршаков, Дерюгина, Пономаренко, Синяков	2015	РФ	116	От дневных до квартальных	2кв2002- 4кв2014	Первая динамическая факторная модель для ВВП РФ, сокращение признакового пространства не улучшает модель
13	Ачкасов	2016	РФ	56	Ежемесячные	1кв2002- 4кв2014	Оценен вклад отдельных блоков показателей в прироста ВВП, построены отдельные модели для каждого блока
14	Безбородова, Новопольцев, Профатилов	2017	Беларусь	40	Ежемесячные	Н/Д	Модели отдельно для каждого блока показателей, отбор факторов не по информационным критериям, а по объясненной дисперсии

Источник: составлено авторами.

Резюмируя вышесказанное, стоит отметить, что динамические факторные модели за последнее десятилетие зарекомендовали себя как инструмент краткосрочного прогнозирования, обладающий достаточно высокими прогнозными характеристиками. Динамические факторные модели большой размерности зачастую по качеству превосходят наиболее известные и распространенные модели. В пользу этого говорит также и то, что за последнее десятилетие многие Центральные банки стали отдавать предпочтение динамическим факторным моделям в своих прогнозах. Кроме того, возможность обновлять модель в режиме реального времени с выходом новой актуальной информации, что, как правило, повышает точность прогноза, однако это не всегда верно для прогнозов более чем на 1-2 квартала вперед.

Однако, стоит отметить, что факторные модели не являются единственным решением проблемы краткосрочного прогнозирования. Можно использовать любую динамическую модель, которая способна эффективно обрабатывать смешанные частоты и отсутствующие наблюдения и способна фиксировать совместную динамику независимых переменных. Такими примерами в литературе являются bridge-модели, использованные в работе Antipa и др. [31], а также в работе Baffigi, Golinelli и Parigi [28] для прогноза ВВП Евросоюза и некоторых стран-участниц. Также достаточно хорошо зарекомендовали себя динамические факторные модели не только для прогнозирования ВВП, но и других макроэкономических показателей, например, инфляции, как это сделано в работе Cheung и Demers [38], или страновых индексов соответствия, представленных в работе Mariano и Murasawa [29].

Таким образом, как теоретическая, так и эмпирическая составляющие динамического факторного моделирования развиваются и совершенствуются с каждым годом. По ряду причин они зачастую оказываются более предпочтительны, чем прочие методы и модели. Факторные модели способны одновременно учитывать взаимодействие многих переменных, не сталкиваясь с проблемой ограничения степеней свободы, а возможность использования большого объема информации способна привести к более точным прогнозам в макроэкономическом анализе.

2 Построение динамической факторной модели для прогнозирования ВВП России

2.1 Особенности применения динамических факторных моделей для прогнозирования ВВП России

Прогнозирование ВВП представляет собой одну из наиболее сложных и значимых задач макроэкономического прогнозирования. Результаты прогнозов необходимы различным министерствам и ведомствам для оценки текущих результатов деятельности, а также для уточнения или корректировки мер проводимой политики в подведомственной сфере. В зависимости от целей и горизонтов прогнозирования могут применяться различные типы моделей. Например, при долгосрочном прогнозировании возрастает роль структурного фактора, поэтому в этом случае используются межотраслевые модели. Важность структурных моделей, которые связаны между собой, следует подчеркнуть отдельно. Поскольку, когда в распоряжении есть комплекс макроэкономических моделей, то это позволяет проверить, насколько верно работает та или иная модель, основываясь на результатах других моделей, входящих в комплекс, а также позволяет расширить спектр решаемых задач.

В случае если требуются данные краткосрочного прогноза, то можно применять модели инерционного типа или квартальные макроэкономические модели. Как показал обзор международной литературы, представленный в предыдущем разделе, в современных условиях все большую популярность для краткосрочного прогнозирования ВВП в различных странах приобретают динамические факторные модели.

Среди основных плюсов использования данных моделей можно выделить снижение величины ошибки прогноза по сравнению с альтернативами, а также то, что данные модели позволяют учитывать при прогнозе данные, которые выходят с более высокой частотой, чем показатели ВВП: раз в месяц или более часто. Это позволяет как корректировать краткосрочные прогнозы, учитывая влияние наиболее актуальных данных, так и с высокой точностью получать оценки темпов роста ВВП за текущий квартал (новкаст), данные о которых выходят с определенной задержкой.

В «Научном вестнике ИЭП им. Гайдара.ру» [58] в 2015 году со ссылкой на результаты экспертной дискуссии «Прогнозирование ВВП и инвестиций в России: проблемы, особенности, тенденции» Гайдаровского Форума 2015 отмечалось, что Минэкономразвития России и Центр макроэкономического прогнозирования и

структурных исследований ИМЭИ Минэкономразвития России использует различные модели прогнозирования ВВП, которые дают адекватные результаты для среднесрочного прогнозирования в ситуации стабильной экономики. Однако, в случае необходимости получения прогнозных данных в условиях сильной нестабильности и неопределенности, что стало особенно актуально для России в период кризиса 2014-2016 годов, многие из этих моделей перестают надежно работать, а ошибка прогноза значительно возрастает. Как показал мировой опыт, в подобных случаях факторные эконометрические модели также показывают свое преимущество, поскольку, используя значительное число временных рядов, позволяют точнее прогнозировать итоговую динамику ВВП, что особенно важно в условиях экономической нестабильности.

В рамках экспертной дискуссии «Прогнозирование ВВП и инвестиций в России: проблемы, особенности, тенденции» Гайдаровского Форума 2015 [58] было отмечено существование определенного непонимания, какие именно задачи решают макроэкономисты при составлении прогнозов, поскольку основная цель составления любых макроэкономических прогнозов заключается в том, чтобы предоставить более полную картину и как можно более точные данные лицам, принимающим решения о выборе соответствующих мер экономической и других политик. Отмечалось, что комплекс методов, который используют макроэкономисты, может быть направлен на решение следующих типов задач:

- первый тип – конъюнктурные задачи. Например, в случае динамичного изменения цен на нефть или иных макроэкономических факторов, значительное количество экспертов прогнозируют основные макроэкономические показатели в широком диапазоне значений при изменении цен на нефть. Такой прогноз принято называть конъюнктурным. Необходимость его проведения, безусловно, не вызывает сомнений, однако, для улучшения качества экономической политики в стране данный прогноз не представляет значительной ценности;
- второй тип – целевые задачи. В качестве примера можно привести оценку последствий вступления России в ВТО, оценку изменения налоговой политики или оценку создания зон свободной торговли с Евросоюзом и т.д. При наличии конкретной целевой задачи имеющийся инструментарий подстраивается под нее. Таким образом, эксперты пытаются ответить на возникшие вопросы при помощи количественных оценок в каждом конкретном случае;
- третий тип – комплексные прогнозы. В задачах данного типа при помощи эконометрических моделей различного уровня сложности специалисты пытаются сформулировать требования к общей экономической политике, т.е. к различным ее

направлениям: денежно-кредитной, финансовой и т.д. В материалах экспертной дискуссии было показано, что набор соответствующих решений в итоге дает определенный результат, который обосновывается показателями прогноза [58].

Независимо от используемого подхода или модели при разработке прогностического алгоритма или модели одним из ключевых моментов является обеспечение жесткости прогноза. Наличие большого количества прямых и обратных связей является необходимым условием для качественного прогноза, поскольку при отсутствии взаимосвязей качество прогноза значительно ухудшается. С учетом многомерности и сложности существующих моделей автор модели, который ее создал и знает, как она устроена изнутри, как правило, практически всегда имеет возможность при помощи простых ухищрений добиться практически любой динамики прогнозных показателей. От использования подобных моделей следует отказаться, поскольку задача состоит в том, чтобы ограничить возможности эксперта жесткостью связей внутри самой модели и, таким образом, снизить вероятность манипулирования полученными результатами. При правильном и грамотном построении взаимосвязи, связей между блоками модели, ее жесткость не должна позволять автору построить прогноз с заранее заданным результатом.

Стоит отметить, что одна из проблем прогнозирования ВВП в настоящее время состоит в том, что происходит перекося в сторону конъюнктурных расчетов. Большинство прогнозов, которые можно найти в литературе и прочих источниках, имеют конъюнктурный или инерционный характер. Таким образом, одно из главных направлений, которое должно развиваться в будущем, заключается в комплексном обосновании альтернатив экономической политики. В рамках экспертной дискуссии «Прогнозирование ВВП и инвестиций в России: проблемы, особенности, тенденции» Гайдаровского Форума 2015 [58] отмечалось, что при рассмотрении последних прогнозов Министерства экономического развития можно увидеть, в рамках указанных прогнозов рассматривается влияние мер экономической политики в заданных внешнеэкономических условиях. Это особенно актуально в сложившихся экономических условиях.

Как отмечается в «Научном вестнике ИЭП им. Гайдара.ру» [58], перспектива развития экономики России в средне- и долгосрочной перспективе в значительной мере зависит от процессов, которые будут происходить с инвестициями. Таким образом, центральное место в средне- и долгосрочных сценариях должно занимать описание инвестиционно-фондовых процессов. В отсутствии пристального внимания к моделированию и прогнозированию инвестиционного процесса оценка реального

потенциала экономики не представляется возможной. Важное значение структурной компоненты роста в российской экономике требует учета этих факторов при формировании средне- и долгосрочных прогнозов.

Использование сценарных прогнозов зачастую приводит к серьезным различиям и спорам вокруг сценарных предпосылок, которые закладываются в модель, поскольку они могут очень сильно различаться. Изменения в различных прогнозах, как правило, во многом связаны именно с изменениями имеющихся предпосылок. Необходимо отметить, что этот вид неопределенности играет большую роль.

Учитывая вышесказанное, можно отметить преимущество использования динамической факторной модели для краткосрочного прогнозирования ВВП, как отмечалось в работе Urasawa [53] (2014), данная модель не включает в себя необходимость использования экспертных оценок или же различных прогнозных данных, которые также могут быть легко манипулируемы. Оценка ВВП за текущий квартал улучшается по мере приближения к его концу, поскольку используются реальные общедоступные высокочастотные статистические данные.

Помимо модели общего равновесия, разрабатываемой в РАНХиГС и Институте Гайдара, в «Научном вестнике ИЭП им. Гайдара.ру» ежемесячно публикуются краткосрочные прогнозы на 1–6 месяцев вперед по линейке из 50-ти макроэкономических показателей. Стоит отметить, что большинство из указанных прогнозов строятся по ARIMA-моделям, с учетом индивидуальной динамики. Несколько показателей дополнительно к ARIMA-моделям прогнозируются с использованием результатов конъюнктурных опросов. По нескольким показателям рассматриваются также факторные модели с экзогенными переменными. С января 2014 года для прогнозирования нескольких показателей используются большие массивы данных. Также ежемесячно проводится оценка качества прогнозов по всей линейке рассматриваемых индикаторов.

В то же время необходимо отметить и определенные недостатки применения факторных моделей для прогнозирования динамики ВВП России. Общим недостатком факторных моделей является сложность интерпретации полученных результатов, так как для выделенных факторов не всегда просто подобрать экономическое обоснование. Об этом необходимо помнить при анализе полученных оценок. В то же время, поскольку основная цель использования подобных моделей заключается в построении краткосрочного прогноза, можно отметить, что описанные недостатки, связанные с факторным моделированием, не являются значительными.

Можно отметить с учетом того, что официальные статистические данные по динамике ВВП за отчетный квартал публикуются с существенным запаздыванием, проблема оценивания экономического роста в реальном времени приобретает особую актуальность. Оперативное представление о динамике экономики в России можно получить с помощью агрегирования ежемесячной статистики по видам экономической деятельности. Однако задачу краткосрочного прогнозирования динамики ВВП агрегирование текущей статистики не позволяет решить, поскольку для этого необходима определенная модель прогнозирования. В современной исследовательской практике при решении обозначенной выше задачи достаточно широкое распространение получили динамические факторные модели, которые могут быть использованы в качестве инструмента краткосрочного оценивания и прогнозирования ВВП. Факторное моделирование предполагает извлечение из большого массива данных динамики нескольких, как правило от одного до четырех, общих факторов, которые позволяют учесть информацию, содержащуюся в исходном наборе данных.

С точки зрения особенностей использования динамических факторных моделей для прогнозирования динамики ВВП России можно отметить, что факторное моделирование при текущем мониторинге и прогнозировании ключевых макроэкономических показателей основывается на использовании широкого множества переменных нефинансового и финансового секторов экономики, показателей внешнеэкономических условий, а также опережающих индикаторов, характеризующих экономическую активность в текущем квартале, статистика по которым поступает с более высокой частотой. Однако необходимо с осторожностью подходить к увеличению числа исходных переменных, поскольку это не всегда может приводить к улучшению точности прогноза. В частности, в работе Urasawa [53] (2014), посвященной прогнозированию ВВП Японии с использованием динамических факторных моделей, наилучшие результаты прогноза были получены при использовании всего четырех ключевых временных рядов: ИПЦ, ИЦП, индекса реального экспорта и индекса числа новых рабочих мест.

В сравнении с другими странами при проведении оценок для России необходимо учитывать наличие коротких временных рядов, которые, в основном, доступны с середины или конца 90-х годов. Также стоит обратить внимание на наличие структурных изменений в российской экономике, таких как, например, кризис 1998 года или переход Центрального банка РФ к режиму инфляционного таргетирования.

2.2 Построение динамической факторной модели для прогнозирования ВВП России

В предыдущих разделах были описаны основные преимущества динамической факторной модели: более точный краткосрочный прогноз, возможность анализировать и учитывать динамику большого количества индикаторов и возможность улучшать прогнозную оценку по мере выхода более высокочастотных данных. Последнее из указанных преимуществ позволяет существенно повысить точность оценки роста ВВП за текущий квартал, а также улучшить краткосрочный прогноз за счет использования наиболее актуальных данных. В настоящем разделе представлена методология используемой в данном исследовании теоретической модели.

Известно, что официальная публикация данных по темпам роста ВВП России за квартал осуществляется спустя три месяца после того квартала, о котором идет речь. Предварительные данные появляются ближе к концу второго месяца. Однако, среди прочих показателей за рассматриваемый квартал, определенная часть опросных данных доступна уже в конце первого месяца, другая часть появляется по завершению текущего месяца. С несколько большей задержкой публикуются показатели реального сектора. Так, часть данных становится доступной в середине месяца, следующего за рассматриваемым, часть данных публикуется спустя месяц. Финансовые показатели и показатели внешнеторгового сектора могут иметь еще более высокую частоту публикаций, и их можно включать в модель по мере выхода соответствующих обновлений.

Общие свойства используемой модели можно сформулировать следующим образом:

- цель прогноза: модель ориентирована на прогнозирование текущего роста ВВП (с учетом сезонных колебаний), данные о котором выходят спустя 3 месяца после окончания каждого квартала;
- прогнозный горизонт: модель предназначена для прогнозирования ВВП на два квартала после последнего квартала, для которого была опубликована официальная оценка;
- использование данных различной частотности: помимо квартальных данных о ВВП, модель включает в себя показатели ежемесячного бизнес-цикла (например, промышленное производство, занятость, личное потребление и экспорт), которые становятся доступны до выпуска первой оценки ВВП в целевом квартале;

– частота прогноза: модель генерирует прогнозы ВВП каждый месяц на основе последней опубликованной ежемесячной информации в режиме реального времени;

– наличие несбалансированных данных: модель заменяет отсутствующие наблюдения случайными числами, генерируемыми стандартизованным нормальным распределением, и, соответственно, перезаписывает представление состояния пространства для применения фильтра Калмана и оценки функции правдоподобия.

Для построения модели используются показатели, которые можно разделить на следующие группы:

– группа 1: опережающие показатели, (индексы предпринимательской уверенности Росстата, индексы Markit PMI2, данные журнала «Российский экономический барометр»);

– группа 2: показатели реального сектора (индексы промышленного производства, в том числе в отраслевом разрезе, инвестиции в основной капитал, оборот розничной торговли, экспорт товаров и услуг, уровень занятости и безработицы, а также ряд других показателей);

– группа 3: финансовые показатели (процентные ставки и объем кредитов реальному сектору экономики в разрезе различных сроков, денежные агрегаты, валютный курс, фондовые индексы и другие показатели), а также показатели внешнего сектора (показатели деловой активности в странах – торговых партнерах, цены на основные товары российского экспорта и прочее).

Идея использования факторной модели заключается в том, чтобы описать динамику множества наблюдаемых индикаторов (показателей) с помощью нескольких ненаблюдаемых факторов, которые позволяют максимально улавливать динамику всех имеющихся переменных. Полученные ненаблюдаемые факторы, построенные на основе значительного количества показателей из официально опубликованных статистических данных, в дальнейшем могут быть использованы в качестве объясняющих переменных при моделировании динамики ВВП. Таким образом, известная проблема «проклятия размерности», которая возникает при работе с большим количеством временных рядов, оказывается решена. Используемая в рамках данного исследования модель основана на схожих моделях, представленных, например, в работах Giannone и др. [59] (2008), Urasawa [53] (2014). Данную модель можно записать следующим образом:

$$X_t = \Lambda F_t + \varepsilon_t, \quad (19)$$

$$F_t = \Omega F_{t-1} + \zeta_t, \quad (20)$$

$$y_t = \Phi F_t^Q + \Psi F_{t-1}^Q + \alpha y_{t-1} + \eta_t. \quad (21)$$

Где

X_t – матрица наблюдаемых с месячной частотой переменных в месяц t ;

F_t – матрица ненаблюдаемых факторов, идентифицированных с помощью метода главных компонент, в месяц t ;

F_t^Q – матрица ненаблюдаемых факторов, идентифицированных с помощью метода главных компонент, в квартал t ;

y_t – квартальный темп прироста, сезонно сглаженного ВВП в постоянных ценах (по данным Росстата);

$\Lambda, \Omega, \Phi, \Psi, \alpha$ – матрицы неизвестных оцениваемых параметров;

$\varepsilon_t, \zeta_t, \eta_t$ – случайные ошибки.

На первом шаге, используя месячные данные, необходимо оценить выражение (19) методом главных компонент на усеченной выборке, так чтобы она была сбалансированной (выделено желтым на рисунке 2).

В	С	D	E	F	G
год	месяц	x1	x2	x3	x4
2016	Январь	67.5	222.0	282.2	631.0
2016	Февраль	66.8	219.9	282.8	630.0
2016	Март	66.5	221.2	282.8	627.6
2016	Апрель	66.3	220.0	281.4	621.7
2016	Май	66.3		279.8	
2016	Июнь				

Рисунок 2 – Пример выборки показателей

Таким образом, используя сбалансированную выборку, можно правильно оценить ненаблюдаемые факторы на временном промежутке до месяца $t - 1$, в котором доступны данные по всем используемым показателям.

На втором шаге необходимо провести экстраполяцию значений факторов на последующие месяцы, используя появляющуюся новую информацию в месяц t (значения переменных x_1 и x_3 , которые не выделены желтым на рисунке 2). Для этого применяется фильтр Калмана. Месячные значения ненаблюдаемых факторов необходимо экстраполировать с помощью фильтра Калмана на последующие месяцы текущего и следующих кварталов.

На третьем шаге необходимо провести усреднение полученных значений выделенных ненаблюдаемых факторов, чтобы перейти к квартальным данным. Таким

образом, с помощью фильтра Калмана можно получить все необходимые значения для оценки уравнения (3) методом наименьших квадратов. Затем необходимо оценить уравнение (3), построенное отдельно для текущего и двух последующих кварталов для получения соответствующих оценок и прогнозных значений.

Стоит отметить, что перед параметризацией модели осуществляется трансформация всех временных рядов для того, чтобы:

- обеспечить стационарность участвующих в моделировании временных рядов;
- преобразовать месячные данные по динамике объясняющих переменных таким образом, чтобы они отражали квартальное изменение указанных показателей.

Описанная трансформация осуществляется одним из трех способов:

- 1 Квартальные первый разности:

$$x_{it} = X_{it} - X_{it-3}. \quad (22)$$

- 2 Среднее арифметическое за три последних месяца:

$$x_{it} = \frac{1}{3}(X_{it} + X_{it-1} + X_{it-2}). \quad (23)$$

- 3 Средние темпы роста за скользящий квартал

$$x_{it} = \frac{1}{3}(X_{it} - X_{it-3}) + \frac{1}{3}(X_{it-1} - X_{it-4}) + \frac{1}{3}(X_{it-2} - X_{it-5}). \quad (24)$$

Для понимания механизма построения соответствующих оценок необходимо подробнее рассмотреть работу фильтра Калмана. Алгоритм Калмана позволяет оценить истинное значение X_k на основе истории изменения измеряемой величины Y_k , где X – величина, изменяющаяся во времени, которая может быть измерена с некоторой погрешностью, Y_k – результат измерения величины X_k . Для получения итоговой формулы необходимо сделать несколько предположений о связи между X и Y и характере изменения X :

$$X_k = A_k X_{k-1} + W_{k-1}. \quad (25)$$

$$Y_k = H_k X_k + V_k. \quad (26)$$

Необходимо выразить:

$$X_k = F(X_{k-1, k-2, \dots}, Y_{k, k-1, \dots}, dW, dV). \quad (27)$$

После ряда некоторых преобразований можно получить искомый вид зависимости:

$$X_k = K_k * Y_k + (1 - K_k) * X_{k-1}, \quad (28)$$

где

K_k - Калмановский коэффициент усиления (определяется алгоритм фильтра Калмана);

Таким образом, фильтр Калмана находит оптимальную величину K_k при заданных дисперсиях dW, dV . Аналогично для случая матриц.

Рассмотрим подробнее переход от квартальных данных по ВВП к месячным:

$$GDP_t^Q = GDP_t^M + GDP_{t-1}^M + GDP_{t-2}^M, \quad (29)$$

где

GDP_t^Q – наблюдаемый квартальный ВВП;

GDP_t^M – ненаблюдаемый месячный ВВП;

$t = 3.6.9, \dots$ – месяцы;

$$Y_t^Q = 100 * \log(GDP_t^Q). \quad (30)$$

$$Y_t^M = 100 * \log(GDP_t^M). \quad (31)$$

$$y_t = Y_t^M - Y_{t-1}^M, \quad (32)$$

где

y_t – месячный рост ВВП, тогда можно предположить, что для него можно записать модель, аналогичную выражению (19):

$$y_t = \Lambda F_t + \varepsilon_t. \quad (33)$$

Тогда для случая квартальных данных выражение для темпов роста ВВП можно записать следующим образом:

$$y_t = \begin{cases} Y_t^Q - Y_{t-3}^Q & t = 3.6.9, \dots \\ \text{ненаблюдаемы} & \text{в иных случаях} \end{cases}. \quad (34)$$

$$\begin{aligned} y_t = Y_t^Q - Y_{t-3}^Q &\approx (Y_t^M + Y_{t-1}^M + Y_{t-2}^M) - (Y_{t-3}^M + Y_{t-4}^M + Y_{t-5}^M) = \\ &= y_t + 2y_{t-1} + 3y_{t-2} + 2y_{t-3} + y_{t-4}. \end{aligned} \quad (35)$$

Таким образом, представленную выше модель можно записать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t^Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_Q & 2\Lambda_Q & 3\Lambda_Q & 2\Lambda_Q & \Lambda_Q & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_t \\ f_{t-1} \\ f_{t-2} \\ f_{t-3} \\ f_{t-4} \\ \varepsilon_t^Q \\ \varepsilon_{t-1}^Q \\ \varepsilon_{t-2}^Q \\ \varepsilon_{t-3}^Q \\ \varepsilon_{t-4}^Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^Q \end{pmatrix}, \quad (36)$$

где

x_t – вектор макроэкономических индикаторов;

f_t – вектор ненаблюдаемых общих факторов, влияющих на все индикаторы;

A – вектор коэффициентов влияния факторов на индикаторы;

y_t^Q – месячный рост ВВП.

Динамику факторов и ошибок можно описать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} f_t \\ f_{t-1} \\ f_{t-2} \\ f_{t-3} \\ f_{t-4} \\ \varepsilon_t^Q \\ \varepsilon_{t-1}^Q \\ \varepsilon_{t-2}^Q \\ \varepsilon_{t-3}^Q \\ \varepsilon_{t-4}^Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{t-1} \\ f_{t-2} \\ f_{t-3} \\ f_{t-4} \\ f_{t-5} \\ \varepsilon_{t-1}^Q \\ \varepsilon_{t-2}^Q \\ \varepsilon_{t-3}^Q \\ \varepsilon_{t-4}^Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_t^Q \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для проведения соответствующих оценок пропущенные наблюдения заменяются случайными из нормального распределения $N(0, \sigma^2)$. Для оценки функции правдоподобия используется Фильтр Калмана. Оценка количества лагов производится на основе информационных критериев. Оценка качества модели производится на основе сравнения среднеквадратичной ошибки прогноза.

Одним из часто возникающих вопросов при применении динамических факторных моделей является вопрос о том, какое именно влияние на итоговый прогноз оценки роста за текущий квартал оказывает выход тех или иных данных, например, данных о росте промышленного производства. Для того чтобы аналитически выразить описанное влияние необходимо рассмотреть следующие предпосылки.

Предполагается, что Ω_v – набор временных рядов, доступных в момент времени v . С течением времени выходят новые данные и множество Ω_v расширяется. Таким образом, прогноз, основанный на множестве после выхода новых данных, можно представить в виде суммы прогноза, основанного на множестве данных в предыдущий момент и пересмотра прогноза:

$$E[y_t^Q | \Omega_{v+1}] = E[y_t^Q | \Omega_v] + E[y_t^Q | I_{v+1}], \quad (37)$$

где

y_t^Q – рост ВВП в момент времени t ;

I_{v+1} – новая информация.

Как отмечается в работе Chernis, Sekkel [60] (2017), важное значение для прогноза имеет не сам факт выхода новых данных, а разница между прогнозами, основанными на новом и старом информационном множестве. Из формулы (37) можно получить аналитическую формулировку оценки влияния выхода новых данных:

$$E[y_t^Q | \Omega_{v+1}] - E[y_t^Q | \Omega_v] = \sum_{j \in J_{v+1}} b_{j,t,v+1} (x_{j,T_{j,v+1}} - E[x_{j,T_{j,v+1}} | \Omega_v]), \quad (38)$$

где

$b_{j,t,v+1}$ – соответствующие веса, полученные из оценки модели;

J – множество новых данных.

Данное выражение позволяет исследователю отследить эффект выхода конкретных данных, что особенно важно в случае, если нужно проследить эффект неожиданных скачков в каких-либо временных рядах.

В данном разделе была представлена теоретическая формулировка используемой в настоящем исследовании модели. Представленная математическая формулировка показывает, каким именно образом осуществляется учет новой информации, поступающей от более высокочастотных данных. Оценка качества модели производится на основе сравнения среднеквадратичной ошибки прогноза.

3 Эмпирический анализ прогнозирования ВВП России с использованием динамических факторных моделей

В настоящем разделе представлены результаты проведенного эмпирического анализа прогнозирования индекса реального ВВП России с использованием динамических факторных моделей. В первой части раздела представлено описание используемой для проведения расчетов базы данных, а также результаты тестов рассматриваемых временных рядов на стационарность. Во второй части представлены непосредственные результаты внутривыборочного и вневыборочного прогноза индекса реального ВВП России с использованием различных комбинаций переменных в динамической факторной модели. В качестве горизонта внутривыборочного прогноза рассматривался прогноз на текущий квартал по его завершению (новкаст), а также прогноз на один, два и четыре квартала вперед. В третьей части приводится анализ качества полученных на основе построенной динамической факторной модели прогнозов. Проводится сравнение с альтернативными моделями прогнозирования ВВП России на основе средней абсолютной процентной ошибки прогноза, а также среднеквадратичной ошибки прогноза.

3.1 Описание используемой базы данных для построения прогноза ВВП России с помощью динамических факторных моделей

Для проведения эмпирических расчетов использовались данные Федеральной службы государственной статистики России. Список использованных показателей, а также временной интервал, за который были взяты данные представлен в таблице 3.

Таблица 3 – Список переменных, используемых для построения динамической факторной модели

Название переменной	Временной интервал
Индекс реального ВВП, квартальный, цепной.	1995 - 2017
Индекс реального объема промышленного производства, месячный, цепной.	2000 - 2017
Индекс реальных денежных доходов, месячный, цепной.	1995 - 2017
Индекс потребительских цен, месячный, цепной	1995 - 2017
Уровень безработицы	1995 - 2017
Индекс выпуска по базовым видам экономической деятельности	2003 - 2017
Индекс производства по добыче полезных ископаемых	2002 - 2017
Индекс обрабатывающего производства	2002 - 2017
Индекс реального объема сельскохозяйственного производства	2002 - 2017
Индекс реального объема работ, выполненных по виду деятельности «Строительство»	1999 - 2017
Индекс введенных в действие жилых домов	1995 - 2017
Индекс пассажирооборота транспорта общего пользования	1997 - 2017
Индекс реального оборота розничной торговли	1995 - 2017
Индекс заработной платы	1995 - 2017
Индекс цен производителей промышленных товаров	1999 - 2017
Индекс цен на строительно-монтажные работы	1995 - 2017
Индекс цен на грузовые перевозки	1995 - 2017
Индекс денежной массы М0 на конец периода	1995 - 2017
Индекс денежной массы М2 на конец периода	1995 - 2017
Индекс международных резервов ЦБР на конец периода	1997 - 2017
Номинальный эффективный обменный курс рубля	1995 - 2017
Реальный эффективный обменный курс рубля	1995 - 2017
Среднемесячные фактические ставки по кредитам, предоставленным московскими банками (MIACR)	2000 - 2017
Среднемесячное значение индекса ММВБ	1997 - 2017
Индекс общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды	2005 - 2017
Индекса экспорта товаров в Российскую Федерацию в стоимостном выражении, всего	1995 - 2017
Индекс импорта товаров в Российскую Федерацию в стоимостном выражении, всего	1995 - 2017
Индекс среднемесячных цен на нефть марки «Юралс»	1997 - 2017
Индекс предпринимательской уверенности организаций по добыче полезных ископаемых (без малых предприятий)	2005 - 2017
Индекс предпринимательской уверенности организаций обрабатывающих производств (без малых предприятий)	2005 - 2017
Индекс предпринимательской уверенности организаций, обеспечивающих электрической энергией, газом и паром; кондиционированием воздуха(без малых предприятий)	2005 - 2017

Источник: Федеральная служба государственной статистики [61].

Стоит отметить, что при составлении базы данных для проведения эмпирических расчетов было принято решение отказаться от использования в модели большого числа переменных, поскольку это может приводить к сложностям с интерпретацией полученных результатов, а также может повлечь смещение полученных оценок при наличии в большом пуле данных множества однотипных временных рядов. Для всех переменных вычислялась их корреляция с реальным валовым внутренним продуктом. Затем на основе полученных значений переменные были проранжированы в порядке убывания корреляции с ВВП и в таком порядке добавлялись в исходную динамическую

факторную модель на основе четырех ключевых переменных: индекса промышленного производства, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, индекса реальных денежных доходов населения и индекса безработицы.

3.2 Эмпирическая оценка динамической факторной модели для прогнозирования ВВП России

В настоящем разделе представлены результаты эмпирических оценок и полученных прогнозных значений с помощью динамической факторной модели, методология построения которой была описана в предыдущем разделе. В качестве базовой модели рассматривается динамическая факторная модель, в которую включены четыре переменные: со стороны спроса - индекса реального оборота розничной торговли, со стороны предложения – индекс промышленного производства, со стороны доходов - индекс реальных денежных доходов населения и, помимо трех указанных переменных, индекс безработицы. Затем в модель добавлялись переменные, описанные в разделе 3.1, ранжированные по величине корреляции с ВВП. Отбор динамических факторных моделей производился на основе методологии, предложенной в работе Camacho, Perez Quiros 2011 года [62]. В случае, если добавление переменной в динамическую факторную модель приводило к увеличению дисперсии ВВП, объясняемой с помощью общего фактора и снижению ошибки прогноза, данная переменная оставалась в модели. В противном случае рассматриваемая переменная исключалась из динамической факторной модели и в модель включалась следующая переменная. Таким образом, проводится анализ всех переменных и в результате выбирается наилучшая модель.

Рассмотрим альтернативный вариант построения прогнозов индекса реального ВВП с помощью динамической факторной модели, в котором исходные данные по используемым факторам представлены в виде индексов по отношению к базовому периоду. Используя аналогичный механизм отбора переменных в модель были рассчитаны прогнозные значения ВВП. Отдельно стоит отметить, что в качестве базовой переменной, характеризующей величину спроса использовался индекс общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды. Полученные результаты внутривыборочных прогнозных значений для индекса ВВП на текущий квартал в зависимости от количества и состава используемых в динамической факторной модели переменных представлены в таблицах 4 – 7.

Таблица 4 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и

корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании четырех переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды и изменения безработицы

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	202.8433	0.114095	431.532
2 кв. 2013	196.226	185.7743	0.053264	109.2395
3 кв. 2013	211.2522	224.4327	0.062392	173.7251
4 кв. 2013	222.1368	216.766	0.024178	28.84514
1 кв. 2014	183.1908	202.3758	0.104727	368.0638
2 кв. 2014	198.767	182.4901	0.081889	264.9366
3 кв. 2014	212.9526	212.1802	0.003627	0.596622
4 кв. 2014	222.7117	223.5437	0.003736	0.692139
1 кв. 2015	179.7119	197.9182	0.101308	331.4666
2 кв. 2015	191.9948	177.7309	0.074293	203.4582
3 кв. 2015	207.2786	201.3588	0.02856	35.04466
4 кв. 2015	215.5124	218.1583	0.012277	7.000459
1 кв. 2016	178.936	193.9362	0.08383	225.0072
2 кв. 2016	191.0643	188.1117	0.015453	8.717778
3 кв. 2016	206.5512	193.9546	0.060986	158.6758
4 кв. 2016	216.1593	213.0661	0.01431	9.568181
1 кв. 2017	180.1596	189.5254	0.051986	87.71728
2 кв. 2017	193.0372	191.2993	0.009003	3.02039
		Итого:	0.049995	11.66025

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 4, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза составила 5%, что является достаточно хорошим показателем качества прогноза.

Таблица 5 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании пяти переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы и индекса стоимостного объема экспорта

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	188.2364	0.033869	38.02541
2 кв. 2013	196.226	191.6576	0.023282	20.87076
3 кв. 2013	211.2522	219.4436	0.038776	67.09929
4 кв. 2013	222.1368	217.0336	0.022973	26.04312
1 кв. 2014	183.1908	191.3965	0.044793	67.33377
2 кв. 2014	198.767	194.5373	0.02128	17.89036
3 кв. 2014	212.9526	222.2996	0.043892	87.36644
4 кв. 2014	222.7117	216.2089	0.029198	42.28619
1 кв. 2015	179.7119	173.831	0.032724	34.58581
2 кв. 2015	191.9948	182.909	0.047323	82.55098
3 кв. 2015	207.2786	211.6457	0.021069	19.07162
4 кв. 2015	215.5124	213.4019	0.009793	4.454299
1 кв. 2016	178.936	181.6255	0.015031	7.233527
2 кв. 2016	191.0643	168.2975	0.119158	518.3276
3 кв. 2016	206.5512	208.1068	0.007531	2.419829
4 кв. 2016	216.1593	212.3555	0.017598	14.46962
1 кв. 2017	180.1596	183.7039	0.019673	12.56202
2 кв. 2017	193.0372	186.1139	0.035865	47.9318
		Итого	0.032435	7.85466

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 5, при добавлении в качестве пятой переменной индекса стоимостного объема экспорта, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза составила 3,2%, что является хорошим показателем качества прогноза.

Таблица 6 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании шести переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта и индекса реального оборота розничной торговли

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	207.0551543	0.137229	624.2619
2 кв. 2013	196.226	186.3647994	0.050254	97.24392
3 кв. 2013	211.2522	208.4444038	0.013291	7.883646
4 кв. 2013	222.1368	220.4281023	0.007692	2.919681
1 кв. 2014	183.1908	193.7813429	0.057812	112.16
2 кв. 2014	198.767	187.1304952	0.058543	135.4078
3 кв. 2014	212.9526	225.3881367	0.058396	154.6422
4 кв. 2014	222.7117	217.6236881	0.022846	25.88796
1 кв. 2015	179.7119	158.2296528	0.119537	461.489
2 кв. 2015	191.9948	162.3022809	0.154653	881.6441
3 кв. 2015	207.2786	210.1496243	0.013851	8.242718
4 кв. 2015	215.5124	204.8577764	0.049439	113.5217
1 кв. 2016	178.936	185.8454454	0.038614	47.74096
2 кв. 2016	191.0643	180.692236	0.054286	107.5803
3 кв. 2016	206.5512	207.8235178	0.00616	1.618755
4 кв. 2016	216.1593	203.6116176	0.058049	157.4455
1 кв. 2017	180.1596	188.8560481	0.048271	75.6276
2 кв. 2017	193.0372	178.6439097	0.074562	207.1668
		Итого	0.05686	13.38009

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 6, при добавлении в качестве шестой переменной индекса реального оборота розничной торговли, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает практически до 6%, что оказывается почти в два раза больше по сравнению с динамической факторной моделью с пятью переменными.

Таблица 7 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании семи переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта, индекса реального оборота розничной торговли и индекса реального объема работ, выполненных по виду деятельности «строительство»

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	192.3794	0.056624	106.2856
2 кв. 2013	196.226	188.7499	0.0381	55.8932
3 кв. 2013	211.2522	219.0312	0.036823	60.51236
4 кв. 2013	222.1368	213.7921	0.037566	69.63436
1 кв. 2014	183.1908	192.0712	0.048477	78.86255
2 кв. 2014	198.767	189.9326	0.044446	78.04665
3 кв. 2014	212.9526	222.0112	0.042538	82.0584
4 кв. 2014	222.7117	219.738	0.013352	8.842712
1 кв. 2015	179.7119	184.3991	0.026081	21.96917
2 кв. 2015	191.9948	175.266	0.087131	279.8518
3 кв. 2015	207.2786	197.7607	0.045918	90.59042
4 кв. 2015	215.5124	203.4157	0.05613	146.332
1 кв. 2016	178.936	184.4634	0.03089	30.55219
2 кв. 2016	191.0643	162.6543	0.148693	807.1285
3 кв. 2016	206.5512	206.4429	0.000524	0.011733
4 кв. 2016	216.1593	202.7615	0.061981	179.5011
1 кв. 2017	180.1596	187.7395	0.042073	57.45453
2 кв. 2017	193.0372	183.3106	0.050387	94.60695
		Итого:	0.048208	11.1757

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 7, при добавлении в качестве седьмой переменной индекса реального объема работ, выполненных по виду деятельности «строительство», величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза составила около 5%, что является хорошим показателем качества прогноза, однако уступает точности прогноза динамической факторной модели с пятью переменными.

Как видно из таблиц 4 – 7, полученные результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал (новкаст) обладают достаточно высокой точностью. Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза колеблется от 3 до 6 процентов. С точки зрения минимизации средней абсолютной процентной ошибки прогноза наилучшей является динамическая факторная модель, в которой используется пять переменных: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в

последующие периоды, изменения безработицы и индекса стоимостного объема экспорта

Полученные результаты внутривыборочных прогнозных значений для индекса ВВП России на один квартал вперед в зависимости от количества и состава используемых в динамической факторной модели переменных представлены в таблицах 8 – 11.

Таблица 8 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании четырех переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды и изменения безработицы

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	226.9157	0.246311	2011.141
2 кв. 2013	196.226	192.1217	0.020916	16.84533
3 кв. 2013	211.2522	205.4012	0.027696	34.23351
4 кв. 2013	222.1368	206.3449	0.071091	249.3854
1 кв. 2014	183.1908	229.2757	0.251568	2123.82
2 кв. 2014	198.767	196.1788	0.013021	6.698788
3 кв. 2014	212.9526	205.1754	0.036521	60.48505
4 кв. 2014	222.7117	200.9873	0.097545	471.9487
1 кв. 2015	179.7119	220.3387	0.226066	1650.529
2 кв. 2015	191.9948	184.217	0.04051	60.4936
3 кв. 2015	207.2786	192.7745	0.069974	210.3701
4 кв. 2015	215.5124	197.8233	0.082079	312.9057
1 кв. 2016	178.936	221.1371	0.235845	1780.936
2 кв. 2016	191.0643	189.8113	0.006558	1.570188
3 кв. 2016	206.5512	198.5779	0.038602	63.57339
4 кв. 2016	216.1593	194.5398	0.100017	467.4039
1 кв. 2017	180.1596	224.608	0.246717	1975.657
2 кв. 2017	193.0372	187.3667	0.029375	32.15512
		Итого	0.102245	25.30937

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 6, при добавлении в качестве шестой переменной индекса реального оборота розничной торговли, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает практически до 6%, что оказывается почти в два раза больше по сравнению с динамической факторной моделью с пятью переменными.

Таблица 9 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании пяти переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства,

индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы и индекса стоимостного объема экспорта

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	234.8357	0.28981	2784.224
2 кв. 2013	196.226	197.5966	0.006985	1.878463
3 кв. 2013	211.2522	196.6129	0.069297	214.3073
4 кв. 2013	222.1368	234.0477	0.05362	141.8693
1 кв. 2014	183.1908	179.5872	0.019671	12.98553
2 кв. 2014	198.767	197.6758	0.00549	1.190678
3 кв. 2014	212.9526	204.5581	0.03942	70.46853
4 кв. 2014	222.7117	209.8923	0.057561	164.3384
1 кв. 2015	179.7119	148.3185	0.174687	985.5461
2 кв. 2015	191.9948	180.1724	0.061576	139.7683
3 кв. 2015	207.2786	186.1599	0.101886	446.0002
4 кв. 2015	215.5124	202.2552	0.061515	175.7542
1 кв. 2016	178.936	189.3491	0.058195	108.4341
2 кв. 2016	191.0643	192.0552	0.005186	0.981734
3 кв. 2016	206.5512	185.7114	0.100894	434.2976
4 кв. 2016	216.1593	191.0617	0.116107	629.892
1 кв. 2017	180.1596	224.939	0.248554	2005.191
2 кв. 2017	193.0372	183.3957	0.049946	92.95878
		Итого:	0.084467	21.61544

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 6, при добавлении в качестве шестой переменной индекса реального оборота розничной торговли, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает практически до 6%, что оказывается почти в два раза больше по сравнению с динамической факторной моделью с пятью переменными.

Таблица 10 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании шести переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта и индекса реального оборота розничной торговли

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	211.9215	0.163957	891.1185
2 кв. 2013	196.226	195.6662	0.002853	0.313456
3 кв. 2013	211.2522	195.1134	0.076396	260.4597
4 кв. 2013	222.1368	201.4744	0.093017	426.9351
1 кв. 2014	183.1908	220.4281	0.203271	1386.618
2 кв. 2014	198.767	189.1762	0.048252	91.98393
3 кв. 2014	212.9526	194.1208	0.088432	354.636
4 кв. 2014	222.7117	203.0356	0.088348	387.1485
1 кв. 2015	179.7119	211.9989	0.179659	1042.445
2 кв. 2015	191.9948	178.5555	0.069998	180.6154
3 кв. 2015	207.2786	170.9381	0.175322	1320.634
4 кв. 2015	215.5124	193.6225	0.101572	479.171
1 кв. 2016	178.936	219.1543	0.224764	1617.512
2 кв. 2016	191.0643	182.6875	0.043843	70.17187
3 кв. 2016	206.5512	195.8258	0.051926	115.0342
4 кв. 2016	216.1593	175.4998	0.1881	1653.2
1 кв. 2017	180.1596	191.9633	0.065518	139.3276
2 кв. 2017	193.0372	185.8702	0.037128	51.36597
		Итого	0.105686	24.11626

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 6, при добавлении в качестве шестой переменной индекса реального оборота розничной торговли, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает практически до 6%, что оказывается почти в два раза больше по сравнению с динамической факторной моделью с пятью переменными.

Таблица 11 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании семи переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта, индекса реального оборота розничной торговли и индекса реального объема работ, выполненных по виду деятельности «строительство»

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	213.2312	0.17115	971.0234
2 кв. 2013	196.226	188.6029	0.038849	58.11184
3 кв. 2013	211.2522	211.6313	0.001794	0.143707
4 кв. 2013	222.1368	207.7767	0.064645	206.2128
1 кв. 2014	183.1908	214.6197	0.171564	987.7772
2 кв. 2014	198.767	187.4749	0.056811	127.5109
3 кв. 2014	212.9526	206.3822	0.030854	43.17008
4 кв. 2014	222.7117	210.8454	0.053281	140.8089
1 кв. 2015	179.7119	208.5507	0.160472	831.6758
2 кв. 2015	191.9948	172.3395	0.102374	386.3313
3 кв. 2015	207.2786	190.9852	0.078606	265.4746
4 кв. 2015	215.5124	195.345	0.093579	406.7263
1 кв. 2016	178.936	203.6301	0.138005	609.8008
2 кв. 2016	191.0643	163.7135	0.14315	748.0654
3 кв. 2016	206.5512	196.3249	0.04951	104.5784
4 кв. 2016	216.1593	196.3699	0.09155	391.6214
1 кв. 2017	180.1596	202.9976	0.126765	521.5727
2 кв. 2017	193.0372	183.5536	0.049128	89.93795
		Итого:	0.090116	19.56548

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 6, при добавлении в качестве шестой переменной индекса реального оборота розничной торговли, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает практически до 6%, что оказывается почти в два раза больше по сравнению с динамической факторной моделью с пятью переменными.

Как видно из таблиц 8 – 11, полученные результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед обладают менее высокой точностью по сравнению с прогнозом на текущий квартал, однако величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза еще не слишком высока. В зависимости от числа переменных в модели средняя абсолютная процентная ошибка прогноза колеблется от 8 до 11 процентов.

Полученные результаты прогнозных значений для индекса ВВП на два квартала вперед в зависимости от количества и состава используемых в динамической факторной модели переменных представлены в таблицах 12 – 15.

Таблица 12 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании четырех переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды и изменения безработицы

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	196.5611	0.079591	209.9929
2 кв. 2013	196.226	231.0362	0.177398	1211.746
3 кв. 2013	211.2522	194.6191	0.078736	276.6589
4 кв. 2013	222.1368	195.0267	0.122043	734.9598
1 кв. 2014	183.1908	170.7421	0.067955	154.9698
2 кв. 2014	198.767	167.7677	0.155958	960.9537
3 кв. 2014	212.9526	194.4551	0.086862	342.1567
4 кв. 2014	222.7117	193.8423	0.129627	833.4399
1 кв. 2015	179.7119	183.6393	0.021853	15.42379
2 кв. 2015	191.9948	211.0659	0.099331	363.7075
3 кв. 2015	207.2786	187.8908	0.093535	375.8879
4 кв. 2015	215.5124	183.9027	0.146672	999.1756
1 кв. 2016	178.936	197.0868	0.101438	329.4536
2 кв. 2016	191.0643	224.1944	0.173398	1097.603
3 кв. 2016	206.5512	189.4485	0.082801	292.5021
4 кв. 2016	216.1593	194.6579	0.09947	462.3105
1 кв. 2017	180.1596	190.7068	0.058544	111.2432
2 кв. 2017	193.0372	220.5726	0.142643	758.196
		Итого:	0.106547	23.01012

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 12, при прогнозировании индекса реального ВВП на один квартал вперед точность прогноза несколько снижается. Величина ошибки прогноза в данном случае составила уже 10,5 процентов. Таким образом, качество прогноза на один квартал вперед предсказуемо оказывается ниже прогноза на текущий квартал, однако существенного роста величины ошибки не происходит.

Таблица 13 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании пяти переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы и индекса стоимостного объема экспорта

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	181.9078	0.00089	0.026279
2 кв. 2013	196.226	230.9797	0.17711	1207.818
3 кв. 2013	211.2522	200.2772	0.051952	120.4506
4 кв. 2013	222.1368	187.7143	0.154961	1184.911
1 кв. 2014	183.1908	183.1097	0.000443	0.006575
2 кв. 2014	198.767	232.5551	0.169989	1141.638
3 кв. 2014	212.9526	203.6881	0.043505	85.83083
4 кв. 2014	222.7117	185.2331	0.168283	1404.645
1 кв. 2015	179.7119	181.7717	0.011462	4.24267
2 кв. 2015	191.9948	223.584	0.164532	997.8783
3 кв. 2015	207.2786	193.1709	0.068062	199.0274
4 кв. 2015	215.5124	174.6072	0.189804	1673.237
1 кв. 2016	178.936	175.1424	0.021201	14.39123
2 кв. 2016	191.0643	197.0363	0.031256	35.66465
3 кв. 2016	206.5512	198.2555	0.040163	68.8189
4 кв. 2016	216.1593	178.3035	0.175129	1433.067
1 кв. 2017	180.1596	172.5051	0.042488	58.59227
2 кв. 2017	193.0372	227.9903	0.181069	1221.719
		Итого	0.094017	24.55376

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 13, при добавлении в качестве пятой переменной индекса стоимостного объема экспорта, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза снижается до 9,5%. Полученное оказывается почти в три раза превосходит аналогичную ошибку для случая прогноза на текущий квартал.

Таблица 14 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании шести переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта и индекса реального оборота розничной торговли

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	181.1210751	0.005211	0.90031
2 кв. 2013	196.226	235.7691144	0.201518	1563.655
3 кв. 2013	211.2522	198.9449696	0.058258	151.4676
4 кв. 2013	222.1368	186.9584735	0.158363	1237.515
1 кв. 2014	183.1908	193.8270337	0.058061	113.1299
2 кв. 2014	198.767	233.1271151	0.172866	1180.619
3 кв. 2014	212.9526	197.8056348	0.071128	229.4311
4 кв. 2014	222.7117	186.1018594	0.164382	1340.281
1 кв. 2015	179.7119	195.2314058	0.086357	240.8536
2 кв. 2015	191.9948	236.2923531	0.230723	1962.276
3 кв. 2015	207.2786	188.8047634	0.089126	341.283
4 кв. 2015	215.5124	176.0629281	0.18305	1556.263
1 кв. 2016	178.936	174.3205027	0.025794	21.30247
2 кв. 2016	191.0643	225.0043647	0.177637	1151.926
3 кв. 2016	206.5512	192.4980966	0.068037	197.4901
4 кв. 2016	216.1593	187.2270904	0.133847	837.0755
1 кв. 2017	180.1596	173.0767904	0.039314	50.16669
2 кв. 2017	193.0372	221.9053346	0.149547	833.3692
		Итого	0.115179	26.8835

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 14, при добавлении в качестве шестой переменной индекса реального оборота розничной торговли, величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает до 11,5%, что оказывается на 2% больше по сравнению с динамической факторной моделью с пятью переменными.

Таблица 15 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании семи переменных в динамической факторной модели: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта, индекса реального оборота розничной торговли и индекса реального объема работ, выполненных по виду деятельности «строительство»

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
1 кв. 2013	182.0699	234.0829	0.285676	2705.352
2 кв. 2013	196.226	188.456	0.039597	60.37365
3 кв. 2013	211.2522	204.2314	0.033234	49.29157
4 кв. 2013	222.1368	201.7613	0.091725	415.161
1 кв. 2014	183.1908	237.1682	0.294651	2913.558
2 кв. 2014	198.767	185.0172	0.069175	189.0554
3 кв. 2014	212.9526	190.7532	0.104246	492.8133
4 кв. 2014	222.7117	201.9528	0.09321	430.9325
1 кв. 2015	179.7119	232.7024	0.294863	2807.988
2 кв. 2015	191.9948	169.4129	0.117617	509.9401
3 кв. 2015	207.2786	184.2097	0.111294	532.1734
4 кв. 2015	215.5124	187.2743	0.131028	797.3924
1 кв. 2016	178.936	222.7968	0.245121	1923.777
2 кв. 2016	191.0643	164.7728	0.137606	691.2461
3 кв. 2016	206.5512	186.2068	0.098496	413.8946
4 кв. 2016	216.1593	189.9783	0.121119	685.4473
1 кв. 2017	180.1596	218.2557	0.211457	1451.309
2 кв. 2017	193.0372	183.7967	0.047869	85.38709
		Итого:	0.140444	30.87168

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблицы 15, при добавлении в качестве седьмой переменной индекса реального объема работ, выполненных по виду деятельности «строительство», величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза возрастает до 14%, что говорит о снижении качества прогнозирования.

Как видно из таблиц 12 – 15, полученные результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед обладают менее высокой точностью по сравнению с прогнозом на один квартал, однако величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза еще не слишком высока. В зависимости от числа переменных в модели средняя абсолютная процентная ошибка прогноза колеблется от 9,5 до 14 процентов.

Полученные результаты показывают, что наибольшей точностью прогноза обладает модель, построенная на основе пяти переменных: индекса промышленного

производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды, изменения безработицы, индекса стоимостного объема экспорта. Величина средней абсолютной ошибки прогноза в зависимости от горизонта прогнозирования составила 3,2, 8,4 и 10,2 процента для прогнозов на текущий квартал, на один и на два квартала вперед соответственно. Можно отметить, что значительно снижение точности прогнозов происходит при изменении горизонта прогнозирования с текущего квартала на один квартал вперед. Частично это может объясняться тем, что при прогнозировании на текущий квартал используется также информация более высокочастотных месячных индикаторов, в то время как при прогнозировании на один квартал вперед такая информация также отсутствует.

В то же время, необходимо отметить, что увеличение горизонта прогноза модели до 4 кварталов и более приводит к значительному росту ошибки прогноза независимо от числа переменных, используемых в модели. Таким образом, можно сделать вывод о том, что использование динамической факторной модели для прогнозирования индекса реального ВВП на 4 квартала и более неэффективно, а основная прогностическая сила модели сосредоточена в прогнозах на текущий квартал, а также на один и два квартала вперед.

Рассмотрим подробнее как изменялась величина средней абсолютной процентной ошибки прогноза с увеличением числа переменных и горизонта прогнозирования. Для этого агрегированные данные по соответствующим величинам ошибки прогноза для спецификации с наименьшей величиной ошибки прогнозирования представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Изменение средней абсолютной процентной ошибки прогноза с ростом числа переменных и горизонта прогнозирования в динамической факторной модели прогноза индекса реального ВВП России

Число переменных / Горизонт прогнозирования	Прогноз на текущий квартал	Прогноз на один квартал вперед	Прогноз на два квартала вперед
4 переменных	0.049995	0.094017	0.106547
5 переменных	0.032435	0.084467	0.102245
6 переменных	0.05686	0.105686	0.115179
7 переменных	0.048208	0.090116	0.140444

Источник: расчеты авторов.

Таким образом, в лучшую спецификацию с точки зрения минимизации ошибки прогноза вошло 5 переменных: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды и индекс безработицы. Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза составила 3,2%, 8,4% и 10,2% соответственно для

прогнозных значений индекса реального ВВП на текущий квартал, а также на один и два квартала вперед.

С помощью динамической факторной модели были построены вневыборочные прогнозы на 3 квартал 2017 (новкаст), а также на 1 и 2 квартала вперед (4 квартал 2017 года и 1 квартал 2018 года). Рост ВВП к предыдущему кварталу составит соответственно 8,73%, -1,41% и -5,51%. В то время как согласно «Мониторингу экономической ситуации в России»⁵ экономический рост к предыдущему кварталу в 3-м и 4-ом квартале 2017 года составит 11,82% и 5,36% соответственно.

3.3 Анализ качества полученных на основе построенной динамической факторной модели прогнозов ВВП России в среднесрочном периоде

В настоящем разделе представлен сравнительный анализ качества построенной динамической факторной модели для прогнозирования индекса реального ВВП России с альтернативными моделями. В качестве альтернативных моделей рассматриваются:

- модель наивного прогноза;
- модель ARIMA;
- модель РенКап-РЭШ;
- динамическая факторная модель, предложенная Центральным банком России.

Одной из самых простых альтернативных моделей прогнозирования является модель наивного прогноза, которая может быть записана в следующем виде:

$$gdp_{t+1} = \beta gdp_t + e_{t+1}, \quad (39)$$

где

gdp_t – индекс реального ВВП в квартал t ;

e_{t+1} – случайная ошибка.

Таким образом, прогнозное значение индекса ВВП в следующий квартал рассчитывается на основе значения в текущем квартале и случайной ошибки. В таблицах

⁵ Мониторинг подготовлен коллективом экспертов Института экономической политики имени Е.Т. Гайдара (Института Гайдара), Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (РАНХиГС), Всероссийской академии внешней торговли (ВАВТ) Минэкономразвития России.

17 – 19 представлены результаты прогноза реального индекса ВВП России на текущий, а также на один и два квартала вперед с использованием модели наивного прогноза.

Таблица 17 – Результаты прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании модели наивного прогноза

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
2 кв. 2013	0.077751	0.004258	0.024187	3.54E-06
3 кв. 2013	0.076576	0.098915	0.29173	0.000499
4 кв. 2013	0.051524	0.032684	0.365656	0.000355
1 кв. 2014	-0.17532	-0.11351	0.352591	0.003821
2 кв. 2014	0.085027	0.003015	0.499633	0.001805
3 кв. 2014	0.071368	0.103245	0.139489	9.91E-05
4 кв. 2014	0.045828	0.036977	0.193135	7.83E-05
1 кв. 2015	-0.19307	-0.12387	0.358423	0.004789
2 кв. 2015	0.068347	0.003302	0.95169	0.004231
3 кв. 2015	0.079605	0.096402	0.210998	0.000282
4 кв. 2015	0.039723	0.034411	0.133731	2.82E-05
1 кв. 2016	-0.16972	-0.14164	0.165421	0.000788
2 кв. 2016	0.06778	0.000203	0.99701	0.004567
3 кв. 2016	0.081056	0.099527	0.227879	0.000341
4 кв. 2016	0.046517	0.03214	0.309065	0.000207
1 кв. 2017	-0.16654	-0.12097	0.273612	0.002076
2 кв. 2017	0.071479	-0.00021	0.062169	1.97E-05
		Итого:	0.326848	0.037566

Источник: составлено авторами.

Таблица 18 – Результаты прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании модели наивного прогноза

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
2 кв. 2013	0.077751	0.020401	0.737612	0.003289
3 кв. 2013	0.076576	0.077014	0.005718	1.92E-07
4 кв. 2013	0.051524	0.038818	0.246606	0.000161
1 кв. 2014	-0.17532	-0.12381	0.29381	0.002654
2 кв. 2014	0.085027	0.026007	0.694132	0.003483
3 кв. 2014	0.071368	0.0796	0.115347	6.78E-05
4 кв. 2014	0.045828	0.048588	0.060242	7.62E-06
1 кв. 2015	-0.19307	-0.13776	0.286512	0.00306
2 кв. 2015	0.068347	0.033405	0.511252	0.001221
3 кв. 2015	0.079605	0.075876	0.046845	1.39E-05
4 кв. 2015	0.039723	0.043822	0.103181	1.68E-05
1 кв. 2016	-0.16972	-0.15804	0.068833	0.000136
2 кв. 2016	0.06778	0.016775	0.752513	0.002602
3 кв. 2016	0.081056	0.080813	0.003	5.91E-08
4 кв. 2016	0.046517	0.03981	0.144189	4.5E-05
1 кв. 2017	-0.16654	-0.13772	0.173078	0.000831
2 кв. 2017	0.071479	0.024311	0.65988	0.002225
		Итого:	0.288397	0.034139

Источник: составлено авторами.

Таблица 19 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании модели наивного прогноза

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
2 кв. 2013	0.077751	0.122462	0.575053	0.001999
3 кв. 2013	0.076576	0.077662	0.014181	1.18E-06
4 кв. 2013	0.051524	0.038081	0.260904	0.000181
1 кв. 2014	-0.17532	-0.12379	0.29396	0.002656
2 кв. 2014	0.085027	0.025974	0.694527	0.003487
3 кв. 2014	0.071368	0.079968	0.120494	7.4E-05
4 кв. 2014	0.045828	0.048234	0.052502	5.79E-06
1 кв. 2015	-0.19307	-0.13768	0.286904	0.003068
2 кв. 2015	0.068347	0.033508	0.509734	0.001214
3 кв. 2015	0.079605	0.075871	0.04691	1.39E-05
4 кв. 2015	0.039723	0.043157	0.086426	1.18E-05
1 кв. 2016	-0.16972	-0.15884	0.064082	0.000118
2 кв. 2016	0.06778	0.01782	0.737096	0.002496
3 кв. 2016	0.081056	0.080496	0.00691	3.14E-07
4 кв. 2016	0.046517	0.040421	0.131051	3.72E-05
1 кв. 2017	-0.16654	-0.13796	0.17163	0.000817
2 кв. 2017	0.071479	0.024577	0.656163	0.0022
		Итого:	0.276972	0.032882

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблиц 17 – 19 наивный прогноз имеет достаточно низкую точность. Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза составляет примерно 30%, что позволяет сделать вывод и низкой эффективности прогноза, полученного с помощью данной модели.

Следующей альтернативной моделью для прогнозирования индекса реального ВВП является модель ARIMA, с параметрами, подобранными с помощью процедуры Бокса-Дженкинса.

На первом шаге процедуры Бокса-Дженкинса осуществляется проверка рассматриваемого ряда на стационарность. В случае, если ряд оказывается нестационарным к нему необходимо применить соответствующую трансформацию, чтобы полученный ряд стал стационарным. На втором шаге происходит формирование базового набора моделей. На третьем шаге происходит оценка параметров модели один из статистических методов (МНК, нелинейный МНК, метод максимального правдоподобия (ММП)). На четвертом шаге необходимо провести диагностическую проверку модели на адекватность с помощью анализа ряда остатков. У правильной модели остатки должны быть похожими на белый шум, т.е. их выборочные автокорреляции не должны существенно отличаться от нуля.

На основе информационного критерия Акаике для прогнозирования индекса реального ВВП была выбрана ARIMA с параметрами (3, 4). В таблицах 20 – 22 представлены результаты внутривыборочного прогноза реального индекса ВВП России на текущий квартал, а также на один и два квартала вперед с использованием модели ARIMA.

Таблица 20 – Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании модели ARIMA

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
2 кв. 2013	0.077751	0.068922	0.113551	7.79E-05
3 кв. 2013	0.076576	0.077236	0.008621	4.36E-07
4 кв. 2013	0.051524	0.046251	0.102341	2.78E-05
1 кв. 2014	-0.17532	-0.14504	0.172753	0.000917
2 кв. 2014	0.085027	0.065111	0.234234	0.000397
3 кв. 2014	0.071368	0.075258	0.054502	1.51E-05
4 кв. 2014	0.045828	0.04535	0.010425	2.28E-07
1 кв. 2015	-0.19307	-0.1404	0.272831	0.002775
2 кв. 2015	0.068347	0.06154	0.099599	4.63E-05
3 кв. 2015	0.079605	0.073365	0.078395	3.89E-05
4 кв. 2015	0.039723	0.044489	0.119979	2.27E-05
1 кв. 2016	-0.16972	-0.13597	0.198827	0.001139
2 кв. 2016	0.06778	0.058189	0.141507	9.2E-05
3 кв. 2016	0.081056	0.071551	0.117266	9.03E-05
4 кв. 2016	0.046517	0.043667	0.061258	8.12E-06
1 кв. 2017	-0.16654	-0.13175	0.208893	0.00121
2 кв. 2017	0.071479	0.05504	0.229974	0.00027
		Итого:	0.13088	0.020477

Источник: составлено авторами.

Таблица 21 – Результаты прогноза индекса реального ВВП России на один квартал вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании модели ARIMA

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
2 кв. 2013	0.077751	0.05563	0.284505	0.000489
3 кв. 2013	0.076576	0.060781	0.206268	0.000249
4 кв. 2013	0.051524	0.065142	0.264288	0.000185
1 кв. 2014	-0.17532	-0.15947	0.090425	0.000251
2 кв. 2014	0.085027	0.076703	0.097895	6.93E-05
3 кв. 2014	0.071368	0.040749	0.429038	0.000938
4 кв. 2014	0.045828	0.083548	0.8231	0.001423
1 кв. 2015	-0.19307	-0.17637	0.086489	0.000279
2 кв. 2015	0.068347	0.067488	0.01257	7.38E-07
3 кв. 2015	0.079605	0.032702	0.589195	0.0022
4 кв. 2015	0.039723	0.058958	0.484217	0.00037
1 кв. 2016	-0.16972	-0.17349	0.022219	1.42E-05
2 кв. 2016	0.06778	0.058035	0.143783	9.5E-05
3 кв. 2016	0.081056	0.095343	0.176258	0.000204
4 кв. 2016	0.046517	0.041057	0.117382	2.98E-05
1 кв. 2017	-0.16654	-0.16815	0.009659	2.59E-06
2 кв. 2017	0.071479	0.065593	0.08234	3.46E-05
		Итого:	0.230567	0.020052

Источник: составлено авторами.

Таблица 22 – Результаты прогноза индекса реального ВВП России на два квартала вперед, а также значения средней абсолютной процентной ошибки прогноза и корня из среднеквадратичной ошибки прогноза при использовании модели ARIMA

Дата	Фактическое значение индекса реального ВВП	Прогнозное значение индекса реального ВВП	Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза	Корень из среднеквадратичной ошибки прогноза
2 кв. 2013	0.077751	0.067091	0.137102	0.000114
3 кв. 2013	0.076576	0.065341	0.146708	0.000126
4 кв. 2013	0.051524	0.035983	0.301622	0.000242
1 кв. 2014	-0.17532	-0.14304	0.184134	0.001042
2 кв. 2014	0.085027	0.065648	0.227918	0.000376
3 кв. 2014	0.071368	0.076828	0.076509	2.98E-05
4 кв. 2014	0.045828	0.023641	0.484132	0.000492
1 кв. 2015	-0.19307	-0.14268	0.261023	0.00254
2 кв. 2015	0.068347	0.066238	0.030859	4.45E-06
3 кв. 2015	0.079605	0.062665	0.212809	0.000287
4 кв. 2015	0.039723	0.019529	0.508381	0.000408
1 кв. 2016	-0.16972	-0.1728	0.018152	9.49E-06
2 кв. 2016	0.06778	0.071722	0.058151	1.55E-05
3 кв. 2016	0.081056	0.06717	0.171317	0.000193
4 кв. 2016	0.046517	0.064498	0.386539	0.000323
1 кв. 2017	-0.16654	-0.17437	0.047022	6.13E-05
2 кв. 2017	0.071479	0.069174	0.032246	5.31E-06
		Итого:	0.193213	0.019202

Источник: составлено авторами.

Как видно из таблиц 20 – 22 точность прогноза модели индекса реального ВВП ARIMA снижается с увеличением горизонта прогнозирования. Наилучшей точностью обладает прогноз на текущий квартал, средняя абсолютная процентная ошибка прогнозирования в этом случае составляет 13%. Сравнение средних абсолютных процентных ошибок прогноза индекса реального ВВП с помощью построенной динамической факторной модели и с моделями наивного прогноза и ARIMA представлено в таблице 23.

Таблица 23 – Сравнение средних абсолютных процентных ошибок прогноза индекса реального ВВП с помощью построенной динамической факторной модели и с моделями наивного прогноза и ARIMA

Число переменных / Горизонт прогнозирования	Прогноз на текущий квартал	Прогноз на один квартал вперед	Прогноз на два квартала вперед
Модель наивного прогноза	0.326848	0.288397	0.276972
Модель ARIMA с параметрами (3.4)	0.13088	0.230567	0.193213
Динамическая факторная модель (5 переменных)	0.032435	0.084467	0.102245

Источник: расчеты авторов.

Как видно из таблицы 23, величина ошибки у модели наивного прогноза составляет около 30% и не зависит от горизонта прогнозирования. У модели ARIMA величина ошибки увеличивается с 13% до примерно 20%. Таким образом, на основе полученных значений, а также значений средней абсолютной процентной ошибки прогноза разработанной динамической факторной модели, представленных в предыдущем подразделе, можно сделать вывод о том, что точность прогноза динамической факторной модели существенно лучше по сравнению с моделями наивного прогноза и ARIMA.

Качество полученных результатов также можно сравнить с результатами прогнозирования индекса реального ВВП с помощью модели РенКап-РЭШ и динамической факторной модели Центрального Банка России.

В таблице 24 представлено сравнение среднеквадратичных ошибок прогнозирования индекса реального ВВП с помощью динамической факторной модели разработанной в настоящем исследовании модели РенКап-РЭШ, а также динамической факторной модели, основанной на использовании большого числа переменных, Центрального банка России.

Таблица 24 – Сравнение среднеквадратичных отклонений прогнозирования индекса реального ВВП с помощью динамической факторной модели разработанной в настоящем исследовании и модели РенКап-РЭШ, а также динамической факторной модели, основанной на использовании большого числа переменных, Центрального банка России

Модель/Горизонт прогнозирования	Прогноз на текущий квартал	Прогноз на 1 квартал вперед	Прогноз на 2 квартала вперед
Модель РенКап-РЭШ	0.68	0.33	0.37
Динамическая факторная модель Центрального банка России	0.19	0.69	1.12
Динамическая факторная модель, предложенная в настоящем исследовании	0.017	0.07	0.23

Источник: Поршаков и др. [3], расчеты авторов.

Как видно из таблицы 24, с точки зрения среднеквадратичной ошибки прогноза динамическая факторная модель, представленная в настоящем исследовании, обладает меньшей величиной ошибки прогноза.

Заключение

Среди основных преимуществ динамических факторных моделей, которые, как показал проведенный анализ, широко применяются в мировой практике для построения краткосрочных прогнозов ВВП, можно выделить снижение величины ошибки краткосрочного прогноза, а также возможность анализа и учета большого количества статистических индикаторов и на этой основе улучшения прогнозных оценок по мере выхода более высокочастотных данных. В экономической литературе, посвященной прогнозированию валового внутреннего продукта динамические факторные модели хорошо зарекомендовали себя для построения краткосрочных прогнозов индекса реального ВВП на текущий квартал (новкаст), а также на горизонте в 1 – 2 квартала. На более длительных горизонтах прогнозирования существенно возрастает ошибка прогноза и актуальность использования динамических факторных моделей снижается. Стоит отметить, что анализ международной литературы показал, что несмотря на то, что динамические факторные модели позволяют извлекать динамику ненаблюдаемых факторов, используя значительное число переменных, увеличение числа входящих данных не всегда приводит к улучшению качества прогноза. С учетом проанализированного международного опыта для проведения эмпирических оценок была выбрана методология построения динамической факторной модели с использованием небольшого числа переменных.

Результаты внутривыборочного прогноза индекса реального ВВП России были получены для периода начиная с первого квартала 2013 года и заканчивая вторым кварталом 2017 года. Горизонт прогнозирования составил 1, 2 и 4 квартала, а также отдельно рассматривался прогноз на текущий квартал с учетом использования данных месячной частотности. При прогнозировании рассматривались спецификации динамической факторной модели, в которые входило от 4 до 12 показателей. Полученные результаты показали, что величина средней абсолютной ошибки прогноза увеличивается с ростом горизонта прогнозирования. Также можно отметить, что увеличение числа переменных не приводило к сокращению величины ошибки прогноза.

В лучшую спецификацию с точки зрения минимизации средней абсолютной процентной ошибки прогноза вошло 5 переменных: индекса промышленного производства, индекса реальных денежных доходов населения, индекса общего объема заказов на поставку продукции в последующие периоды и индекс безработицы. Средняя абсолютная процентная ошибка прогноза составила 3,2%, 8,4% и 10,2% соответственно для прогнозных значений индекса реального ВВП России на текущий квартал, а также

на один и два квартала вперед. Увеличение горизонта прогнозирования до четырех кварталов и более приводит к росту ошибки прогноза таким образом, что она оказывается больше аналогичных значений у альтернативных моделей. На основе проведенного анализа можно сделать вывод о том, что наибольшей прогностической силой модель обладает на горизонте 1-2 кварталов.

С помощью динамической факторной модели были построены вневыборочные прогнозы на 3 квартал 2017 (новкаст), а также на 1 и 2 квартала вперед (4 квартал 2017 года и 1 квартал 2018 года). Рост ВВП к предыдущему кварталу составит соответственно 8,73%, -1,41% и -5,51%.

Список использованных источников

1. ECB. Results of the second special SPF questionnaire [Электронный ресурс] [2014]. URL: https://www.ecb.europa.eu/stats/ecb_surveys/survey_of_professional_forecasters (дата обращения: 21.Февраль.2017).
2. Banbura M., Giannone D., Modugno M., and Reichlin L. Now-Casting and the Real-Time Data Flow // In: Handbook of Economic Forecasting. 2013. pp. 195-237.
3. Поршаков А и др., "Краткосрочное оценивание и прогнозирование ВВП России с помощью динамической факторной модели," Москва, 2015.
4. Monetary Authority of Singapore, "Enhancing Surveillance of the Singapore Economy: The Nowcasting Approach," *Macroeconomic Review*, 2013. С. 74-80.
5. Giannone D., Reichlin L., and Small D., "Nowcasting GDP and inflation: The real-time informational content of macroeconomic data releases," *Journal of Monetary Economics*, No. 55(4), 2008. pp. 665-676.
6. Welch G and Bishop G, "An Introduction to the Kalman Filter," University of North Carolina, 1997.
7. Geweke J. The dynamic factor analysis of economic time series // In: D. Aigner and A. Goldberger, Latent variables in socio-economic models. North-Holland, Amsterdam. 1977. pp. 365-383.
8. Stock J.H., Watson M.W., "Forecasting Inflation," *Journal of Monetary Economics*, No. 44, 1999. pp. 293-335.
9. Stock J.H., Watson M.W. Forecasting Using Principal Components From a Large Number of Predictors // *Journal of the American Statistical Association*. December 2002. No. 97.
10. Stock J.H., Watson M.W., "Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes.," *Journal of Business and Economic Statistics*, No. vol. 20, No. 2, April 2002. pp. 147-162.

11. Stock JH and Watson MW, "New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators," 1989. 351-409 pp.
12. Forni M., Hallin M., Lippi M., and Reichlin L. The Generalized Dynamic-Factor Model: Identification and Estimation // *The Review of Economics and Statistics*. 2000. No. 82. pp. 540-554.
13. Forni M., Hallin M., Lippi M., and Reichlin L., "The generalized factor model: Consistency and rates," *Journal of Econometrics*, No. 119(2), 2004. pp. 1113-1141.
14. Forni M., Lippi M. The Generalized Factor Model: Representation Theory. 1999.
15. Reijer A.H.J.D. Forecasting dutch gdp using large scale factor models. DNB Working Paper No.28, February 2005.
16. Chamberlain G., Rothschild M. Arbitrage Factor Structure and Mean-Variance Analysis in Large Asset Markets // *Econometrica*. 1983. Vol. 51. pp. 1305-1324.
17. Connor G., Korajczyk R., "Risk and return in an equilibrium apt: Application of a new test methodology," *Journal of Financial Economics*, No. 21, 1988. pp. 255-289.
18. Sargent T.J., Sims C.A. Business Cycle Modeling without Pretending to Have Too Much a Priori Economic Theory // In: *New Methods in Business Research* / Ed. by C.A. S. Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1977.
19. Marcellino M., Stock J.H., and Watson M.W., "Macroeconomic Forecasting in the Euro Area: Country Specific Versus Area-Wide Information," *European Economic Review*, No. vol. 47, issue 1, February 2003. pp. 1-18.
20. Wang M.C., "Comparing the DSGE model with the factor model: an out-of-sample forecasting experiment," *Journal of Forecasting*, No. 28-2, 2009. pp. 167-182.
21. Forni M., Reichlin L. Let's Get Real: A Factor Analytic Approach to Disaggregated Business Cycle Dynamics. REVIEW 65, 1998.

22. Diebold F., Mariano R., "Comparing predictive accuracy," *Journal of Business and Economic Statistics*, No. 13, 1995. pp. 253-263.
23. Doz C., Giannone D., and Reichlin L., "A two-step estimator for large approximate dynamic factor models based on Kalman filtering," *Journal of Econometrics*, No. 164, 2011. pp. 188-205.
24. Bai J., Ng S., "Determining the number of primitive shocks in factor models," *Journal on Business and Economic Statistics*, No. 25, 2007. pp. 52-60.
25. Стырин К и Потапова В, "Опережающий индикатор ВВП РенКап-РЭШ: лучше и раньше," 2009.
26. Bessec M. Short-term forecasts of French GDP: A dynamic factor model with targeted predictors. Banque de France and LEDA-Universit'e Paris Dauphine, 2013.
27. Schumacher C., Breitung J. Real-time forecasting of GDP based on a large factor model with monthly and quarterly data // Bank of Italy Working Paper. 2006.
28. Baffigi A., Golinelli R., and Parigi G., "Bridge models to forecast the euro area GDP," *International Journal of Forecasting*, No. 20, 2004. pp. 447-460.
29. Mariano R.S., Murasawa Y., "A New Coincident Index of Business Cycles Based on Monthly and Quarterly Series," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 18, No. 4, 2003. pp. 427-443.
30. Stock J.H., Watson M.W. A Probability Model of the Coincident Economic Indicators // In: The Leading Economic Indicators: New Approaches and Forecasting Records. Cambridge University Press, 1991. pp. 63-90.
31. Antipa P и др., "Nowcasting German GDP: A comparison of bridge and factor models," 2012.
32. Doz C., Giannone D., and Reichlin L. A Two-Step Estimator for Large Approximate Dynamic Factor Models Based on Kalman Filtering. CEPR Discussion Paper 6043, 2007.
33. Harvey D., Leybourne S., and Newbold P., "Testing the equality of prediction mean squared errors," *International Journal of Forecasting*, No. 13, 1997. pp. 281-291.

34. Dreger C., Schumacher C. Estimating large-scale factor models for economic activity in germany: Do they outperform simpler models? Discussion Paper 199, hwwa, 2002.
35. Artis M.J., Banerjee A., Marcellino M. Factor Forecasts for the UK. CEPR Discussion Paper, No. 3119, January 2002.
36. Bernanke B., Boivin J., "Monetary Policy in a Data-Rich Environment," *Journal of Monetary Economics*, No. 50, 2003. pp. 525-546.
37. Federal Reserve Bank of Chicago, "CFNAI Background Release," 2001. [Online].
www.chicagofed.org/economic_research_and_data/files/cfnai_background.pdf
38. Cheung C., Demers F. Evaluating Forecasts from Factor Models for Canadian GDP Growth and Core Inflation. Bank of Canada Working Paper, No. 07-8, 2007.
39. Gosselin MA and Tkacz. G, "Evaluating Factor Models: An Application to Forecasting Inflation in Canada," 2001-18.
40. Brisson M., Campbell B., and Galbraith J.W., "Forecasting Some Low-predictability Time Series Using Diffusion Indices.," *Journal of Forecasting*, No. 22, 2003. pp. 515-531.
41. Bai J., Ng S., "Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models," *Econometrica*, No. 70, 2002. pp. 191-221.
42. Ajevskis V., Davidsons G. Latvijas Banka. 2008.
43. Gavin W.T., Kliesen K.L. Forecasting Inflation and Output: Comparing Data-Rich Models with Simple Rules. Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper, No. 2006-054A, September 2006.
44. Matheson T. Factor Model Forecasts for New Zealand. Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper, No. DP2005/01, May 2005.
45. Camba-Mendez G., Kapetanios G. Forecasting Euro Area Inflation Using Dynamic Factor Measures of Underlying Inflation. ECB Working Paper, No. 402, November 2004.

46. van Nieuwenhuyze C. A Generalised Dynamic Factor Model for the Belgian Economy. Useful Business Cycle Indicators and GDP Growth Forecasts. National Bank of Belgium Working Paper, No. 80, February 2006.
47. Boivin J., Ng S. Are More Data Always Better for Factor Analysis? NBER Working Paper, No. 9829, 2003.
48. Arnoštová K и др., "Short-Term Forecasting of Czech Quarterly GDP Using Monthly Indicators," 2010.
49. Barhoumi K., Benk S., Cristadoro R., den Reijer A., Jakaitiene A., Jelonek P., Rua A., Rünstler G., Ruth K., and van Nieuwenhuyze C., "Short-Term Forecasting of GDP Using Large Monthly Datasets. A Pseudo Real-Time Forecast Evaluation Exercise," *ECB Occasional Paper Series*, No. 84, 2008.
50. Cuevas Á., Quilis E.M., "A factor analysis for the Spanish economy," *SERIEs*, Vol. 3, No. 3, 2012. pp. 311-338.
51. Boivin J., Ng S., "Understanding and Comparing Factor-Based Forecasts," *International Journal of Central Banking*, No. 1, 2005. pp. 117-151.
52. Zou H., Hastie T., "Regularization and variable selection via the elastic net," *Journal of the Royal Society*, No. 67, 2005. pp. 301-320.
53. Urasawa S., "Real-time GDP forecasting for Japan: A dynamic factor model approach," *Journal of The Japanese and International Economies*, No. 34, 2014. pp. 116-134.
54. Inada Y.A. High-frequency Forecasting Model and its Application to the Japanese Economy. The Making of National Economic Forecasts, 2009.
55. Hara N and Yamane S, "New Monthly Estimation Approach for Nowcasting GDP Growth: The Case of Japan," Tokyo, 2013.
56. Marcellino M. A comparison of time series models for forecasting GDP growth and inflation. 2007.
57. Schumacher C., Breitung J. Real-time forecasting of GDP based on a large factor model with monthly and quarterly data // Материалы семинара Банка Италии. 2006.

58. Куранов Г., Широ́в А., Френкель А., Надоршин Е., Кононов К., Пономаренко А., Полбин А., and Турунцева М. Материалы экспертной дискуссии «Прогнозирование ВВП и инвестиций в России: проблемы, особенности, тенденции» // Научный вестник ИЭП им. Гайдара.ру. Jan 2015.
59. Giannone D. R.L..S.D., "Nowcasting GDP and inflation: The real-time informational content of macroeconomic data releases," *Journal of Monetary Economics*, No. 55(4), 2008. pp. 665-676.
60. Chernis , Sekkel R. A Dynamic Factor Model for Nowcasting Canadian GDP Growth // Bank of Canada Staff Working Paper. Feb 2017. No. 2.
61. // Федеральная служба государственной статистики: [сайт]. [2017]. URL: <http://gks.ru> (дата обращения: 08.07.2017).
62. Camacho M., Perez Quiros G., "Spain-sting: Spain short-term indicator of growth," *The Manchester School*, Vol. 1, No. 79, Jun 2011. pp. 594-616.