

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Левин М.И.**

**Моделирование экономических систем в условиях  
краткосрочного рыночного неравновесия**

**Москва 2017**

Левин М.И. заведующий кафедрой микроэкономики экономического факультета  
Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ

Данная работа подготовлена на основе материалов научно-исследовательской  
работы, выполненной в соответствии с Государственным заданием РАНХиГС при  
Президенте Российской Федерации на 2016 год.

## Оглавление

<b>1.1</b>	<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>1.2</b>	<b>Дефицит vs. избыток.....</b>	<b>6</b>
<b>1.3</b>	<b>Невальрасово равновесие .....</b>	<b>7</b>
1.3.1	Описание равновесия с нормированием .....	7
1.3.2	Роль денег .....	10
1.3.3	Модели общего равновесия.....	11
<b>1.4</b>	<b>Ценовые и количественные сигналы.....</b>	<b>12</b>
1.4.1	Монетарная экономика.....	12
1.4.2	Вальрасово равновесие.....	13
1.4.3	Схемы рациионирования.....	14
1.4.4	Свойства схем нормирования.....	16
1.4.5	Ценовые и количественные сигналы .....	20
<b>1.5</b>	<b>Равновесие при фиксированных ценах .....</b>	<b>21</b>
1.5.1	Эффективный спрос и предложение.....	22
1.5.2	Равновесие при фиксированных ценах .....	25
1.5.3	Альтернативная концепция .....	27
1.5.4	Дальнейшие исследования .....	29
	<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....</b>	<b>36</b>

## 1.1 Введение

Стандартная экономическая теория отвечает на общие вопросы, касающиеся эффективного распределения, равновесия и благосостояния. Но для решения реальных задач необходимы доработки и уточнения. Например, модель спроса и предложения предсказывает, где установится равновесие, но не объясняет поведение рынка в период до его установления, то есть пока цена не уравнивает величину спроса и величину предложения. В реальности во многих ситуациях цены не обладают абсолютной гибкостью, и поэтому в краткосрочной ситуации они не могут мгновенно меняться так, чтобы уравновесить спрос и предложение. Это приводит к появлению дефицита одних товаров и избытка других товаров. Такое неравновесие вызывает неэффективность текущих рыночных состояний, что, в свою очередь, требует дополнительных корректировок. В условиях негибких цен, как фирмы, так и потребители действуют при натуральных ограничениях. Возникающие неравновесия могут приводить к негативным социально-экономическим последствиям, особенно на рынках социально-значимых товаров и услуг, таких как услуги детских дошкольных учреждений, медицинские услуги, услуги системы образования, а также существенно отражаться на их качестве.

Все модели экономического равновесия можно разделить на две большие группы: модели вальрасовского типа и модели типа затраты-выпуск.

Концепция общего экономического равновесия Л. Вальраса заключается в следующем: в системе есть факторы производства и потребительские товары. Собственники факторов продают их производителям, которые в свою очередь производят потребительские товары и продают их конечным потребителям. Все доходы собственников факторов (домохозяйства) тратятся на потребительские товары, и их расходы становятся доходами производителей, поэтому цены на потребительские товары устанавливаются во взаимосвязи и взаимодействии с ценами на факторы производства. Равновесие устанавливается, когда все рынки согласованы, то есть величина спроса и величина предложения на каждом рынке равны.

Простейшая модель Вальраса включает в себя двух потребителей или одного потребителя и одного производителя (модель экономики Робинзона Крузо). Модель Вальраса – это статичная модель общего экономического равновесия, она стала отправной точкой для дальнейших теорий.

Стандартная задача потребителя состоит в поиске оптимального набора товаров, обеспечивающего максимальную полезность при заданном бюджетном ограничении:

$$\begin{cases} u(x) \rightarrow \max \\ x \in X \\ (p, x) \leq \delta \end{cases}$$

Для производителя стандартная задача поиска оптимального количества используемых ресурсов (входы) и выпусков (выходы) заключается в поиске набора, обеспечивающего максимальную прибыль на заданном производственном множестве:

$$\begin{cases} \pi(x, y) \rightarrow \max \\ (x, y) \in G \end{cases}$$

Как было сказано выше, в классической экономической теории потребители предъявляют спрос на товары и обеспечивают предложение факторов (так как являются их собственниками), производители (фирмы) – выступают продавцами товаров и предъявляют спрос на факторы производства. В данной цепочке может появиться еще один производитель, создающий полуфабрикат или промежуточный продукт для второй фирмы и «потребляющий» исходные ресурсы. Вся система состоит из цепочки производителей и конечных потребителей.

В качестве инструмента, уравнивающего рынки, выступают цены, при которых спрос равен предложению на каждом из них (подробное описание модели Вальраса представлено в разделе 1.3.2)

Если цены неравновесные или жесткие (негибкие), возникают неравновесия с избытком одних или дефицитом других товаров. Возможно, при некоторых неравновесных ценах какие-то рынки все же могут оказаться в равновесии, но при небольших изменениях спроса или предложении оно исчезнет, поэтому так или иначе равновесие оказывается неустойчивым.

Развивая идею Леона Вальраса об общем равновесии, Василий Леонтьев построил модель межотраслевого баланса, или модель «затраты-выпуск». Теоретические основы межотраслевого баланса были разработаны в 1925 году. Модель подразумевает деление экономики страны на несколько отраслей. Межотраслевой баланс представлен в виде системы линейных уравнений: по каждой отрасли составляется баланс, описывающий взаимосвязи между выпуском в одной отрасли и затратами других отраслей, необходимыми для обеспечения этого выпуска. Например, какое количество электроэнергии, металла, стекла, пластмасс и др. требуется для выпуска автомобилей. Взаимосвязь секторов выражена через коэффициенты

производственных затрат, отражающих структуру затрат на производство каждого продукта и структуру его распределения в экономике.

Динамические модели межотраслевого баланса могут быть использованы для анализа последствий экономической политики.

Модель «затраты-выпуск» показывает связь между отраслями, но не принципы их работы или причины выбора количества ресурсов и уровней выпуска производителями в отрасли. Поэтому данная модель используется для описания текущей ситуации. Предсказать изменения чистых выпусков или влияние введения экономических мер (налогов или субсидий) в рамках модели «затраты-выпуск» зачастую оказывается относительно сложно.

## **1.2 Дефицит vs. избыток**

Как было сказано выше, во многих случаях цены не обладают абсолютной гибкостью, и, как минимум, в краткосрочной ситуации не могут мгновенно меняться так, чтобы уравновесить спрос и предложение. Поэтому при фиксированной цене может возникать неравновесная ситуация: дефицит или избыток товаров на отдельных рынках. Неравновесие вызывает неэффективность текущих рыночных состояний, что, в свою очередь, требует дополнительных корректировок.

В рамках стандартной экономической теории производитель и потребитель принимают единую линейную цену, но количества, на которые предъявляется спрос и которые предложены по одной цене, могут быть разными.

В случае, когда цена превышает равновесное значение, предложение превышает спрос и наблюдается избыток товаров. В этом случае производителем могут быть предприняты попытки стимулирования спроса, проведение рекламы и пр., или производителю следует снизить цену. Но предложение и есть множество соответствующих количеств и минимальных цен, за которые производитель готов продать товар, поэтому у производителей нет возможности снизить цену<sup>1</sup>: она и так оказывается минимальной из возможных. Для дальнейшего снижения цены необходимо уменьшить издержки или расширить производственное множество.

В итоге у производителя есть два способа разрешения ситуации: стимулировать покупки (реклама, мода и пр.) либо снизить издержки до того уровня, когда потребитель начнет покупать большее количество товара.

Другой случай, когда цена оказывается ниже равновесного значения, спрос превышает предложение и наблюдается дефицит товаров. В этом случае основным

---

<sup>1</sup> В данном случае речь не о рыночной власти, а об изменении (увеличении) предложения

вариантом разрешения неравновесной ситуации оказывается преодоление ограничений, связанных с производством товара для увеличения выпуска при данных ценах. Но фирма имеет технологические ограничения: не все комбинации факторов производства дают осуществимые способы производства заданного количества продукта.

Краткосрочный период предполагает неизменными часть параметров модели, в описанных случаях это, с одной стороны, технология, или производственное множество. Негибкие цены, с другой стороны, не позволяют уравновесить спрос и предложение. Поэтому ситуация дефицита или избытка товаров может затянуться.

На рисунках ниже (рис. 1 и 2) приводится графическая иллюстрация избытка и дефицита товаров: восходящая кривая представляет предложение, нисходящая – спрос в пространстве цена/потребление.

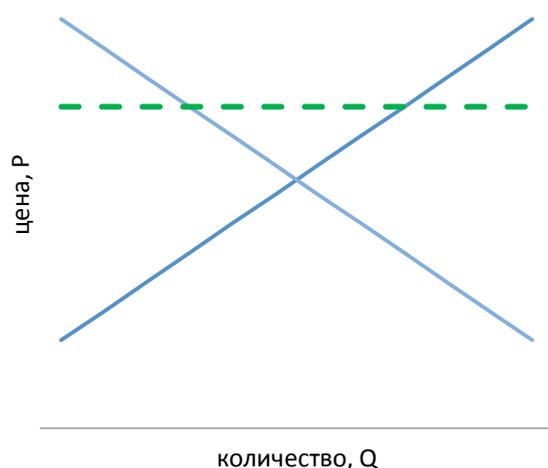


Рисунок 1 - Избыток

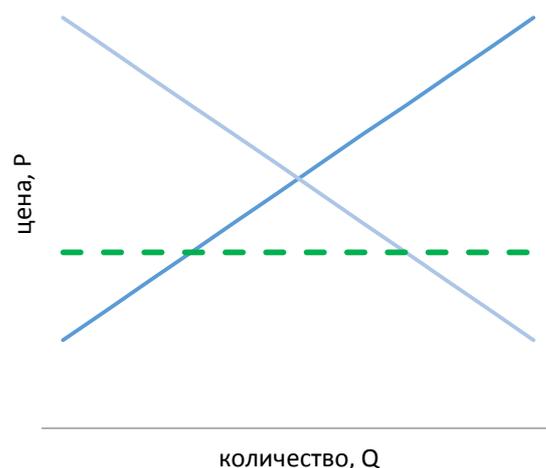


Рисунок 2 - Дефицит

### 1.3 Невалярасово равновесие

#### 1.3.1 Описание равновесия с нормированием

К невалярасовским равновесиям (или равновесиям с нормированием) относят широкий класс равновесий, где традиционное равновесие Вальраса обобщается за счет того, что рынки перестают считаться свободными и поэтому вводится понятие количественного нормирования.

В равновесии Вальраса по определению все рынки равновесные, то есть, совокупный спрос равен совокупному предложению для каждого товара. Такой результат достигается за счет движения цен исключительным образом: все агенты

(продавцы и покупатели) получают ценовой сигнал (т.е. цену на каждом рынке). Считается, что они смогут обменять все, что они хотят в этой системе цен. Агенты выражают вальрасовские спрос и предложение, которые являются функциями только этого ценового сигнала: спрос из максимизации полезности при бюджетных ограничениях, предложение – максимизации прибыли при технологических ограничениях.

Вальрасова система равновесных цен представляет собой совокупность цен, для которых совокупный спрос и совокупное предложение равны на всех рынках. Равновесное количество формируется только через спрос и предложение в рамках данных цен.

Стоит подчеркнуть две характеристики модели Вальраса: все индивидуальные агенты получают ценовые сигналы и принимают рациональные количественные решения, исходя из данных сигналов. Но ни один агент не создает каких-либо количественных сигналов, посылаемых на рынок. Более того, ни один агент фактически не устанавливает цены, определение которых делается «невидимой рукой рынка» или же неявным вальрасовским аукционистом. Другими словами, все агенты являются ценополучателями (price-takers) и не могут по отдельности влиять на равновесие.

Безусловно, существуют некоторые реальные мировые рынки, для которых равенство между спросом и предложением обеспечивается институционально, например, на фондовом рынке, который вдохновил Вальраса.

Изучению неравновесных ситуаций посвящено немало работ, целесообразно остановиться на наиболее значимых, в том числе академических сборниках. Ниже будет представлено описание неравновесных состояний и их анализ по мотивам работы Jean-Pascal Benassy [1].

Цель невальрасовской теории состоит в том, чтобы построить последовательную теорию функционирования децентрализованной экономики, когда рынок посредничества не предполагается как данность. Непосредственным следствием этого является появление нормирования, поэтому вместе с ценовыми сигналами должны вводиться количественные. Используя этот расширенный набор сигналов, можно обобщить понятие равновесия Вальраса в следующих направлениях:

- Более общие схемы ценообразования, начиная от полной жесткости до полной гибкости, с промежуточными формами несовершенной конкуренции. Кроме того, каждый рынок может иметь свою собственную схему определения цены.

- Теория спроса и предложения должна быть существенно изменена, чтобы привлечь внимание количественные сигналы. Только таким образом, можно получить теорию эффективного спроса, обобщающую вальрасовский спрос, который принимает во внимание только ценовые сигналы.

- В теорию цен также должны быть внесены такие изменения, чтобы можно было объединить неравновесные рынки, ввести количественные сигналы и дать агентам возможность быть ответственными за ценовую политику.

- Равновесие в краткосрочном периоде достигается за счет корректировок, как количества, так и установления цен.

- Ожидания, которые в рыночных равновесных моделях, связаны только с ценовыми сигналами, теперь должны включать в себя также и количественные сигналы.

Множество равновесий являются более общими, чем понятие равновесия Вальраса. Очевидным примером является отрасль, в которой может быть монополист или ценовой (количественный) лидер. Но это не означает само по себе, что равновесия в других системах должны быть более актуальными. Однако, есть целый ряд причин, которые делают использование невальрасово равновесия более адекватным в различных институциональных контекстах.

Примером подобных институциональных особенностей является тот факт, что в мире есть ряд плановых или частично плановых экономик, где за определение цен отвечают не «рыночные силы», а центральный орган планирования, который устанавливает цены. В таких странах невальрасовская теория явно является необходимым инструментом анализа.

Тем не менее, эта теория также весьма актуальна для свободной рыночной экономики. Во-первых, и с институциональной точки зрения, как было сказано выше, в реальном мире нет аукциониста, который проводит «вальрасовское нащупывание». Цены определяются взаимодействием децентрализованных агентов на различных рынках. Очевидно, что моделирование цен и определения количества товаров на таких рынках должны включать более сложные механизмы, чем «нащупывание». Следует отметить, что количественные сигналы, посылаемые продавцами, которые аукционист Вальраса использует в теории Вальраса, должны играть определенную роль в таких представлениях.

Во-вторых, некоторые теоретические разработки в области промышленной экономики, экономики труда или изучения некоторых финансовых рынков (в частности, кредитные рынки) указывают на возможность нерыночных неравновесных

ситуаций, связанных либо с теоретико-игровым характером процесса ценообразования (примером может служить расширенная модель Бертрана для похожих групп товаров), либо с различными информационными несовершенствами. На реальных рынках информационная полнота – основной ограничитель традиционных теорий, искажающий или препятствующий достижению «первого лучшего» состояния. Таким образом, требуется теория, которая могла бы описать общее равновесие на данных рынках, с учетом отличий от классических свободных рынков.

В-третьих, несмотря на то, что во многих макроэкономических работах показано, что колебания занятости могут быть изучены в соответствии с обычной рыночной моделью, многие реальные явления, такие, как массовая безработица или простой производственных мощностей могут показаться трудно согласовываемыми с идеями общих равновесных теорий. Предположения подобных моделей о гибкости параметров или их неизменности могут также противоречить наблюдаемым значениям. А при отсутствии убедительных эмпирических испытаний, желательно придерживаться более общего уровня анализа.

### 1.3.2 Роль денег

«Почти все формализации невальрасовского равновесия были сделаны в рамках теории денег, где деньги играют свои три традиционные роли: средства измерения стоимости, средства обмена и резерва стоимости. Удобство в формализации использования денежной базы не случайно. Невальрасова теория направлена на системы с рыночной экономикой. Реальные рыночные экономики характеризуются известной проблемой – «отсутствием двойного совпадения желаний». В таком случае хорошо известно, что при отсутствии средства обмена, координация торговли сталкивается с огромными, и обычно непреодолимыми, проблемами. Поэтому естественно, что теория, которая направлена на описание децентрализованной экономики, устанавливается в рамках денежной теории<sup>2</sup>. Отметим, что вопрос об отсутствии двойного совпадения желаний поднимается в некоторых разделах ниже.

Окончательной особенностью денег следует считать то, что деньги могут быть интерпретированы, как товарные деньги (например, золото). Но в последнее время по причине эволюции денег, под, собственно, деньгами, подразумеваются бумажные деньги, которые (почти) не имеют издержек производства, и проблем правовой среды их обмена. В этом случае деньги (или, вернее, количество денег) становится

---

<sup>2</sup> Конечно, это не означает, что равновесие с рacionamento не может быть смоделировано в немонетарной экономике. См, например, Benassy [39].

политической переменной. Мы будем также рассматривать деньги в этом отношении, и в частности, попытаться связать наши результаты с традиционными тезисами о «нейтральности» монетарной политики.

Подобный фокус на денежной теории наиболее естественно связан с макроэкономикой, которая также изучает денежные экономики». – [1].

### 1.3.3 Модели общего равновесия

В 1874 году Walras [4] разработал модель общего равновесия с взаимозависимыми рынками, где ведущую роль играли цены (и аукционист, оперативно решавший проблему согласования рынков). С другой стороны, на макроэкономическом уровне Кейнес [5] строит модель равновесия, в которой корректировки проходят через количество (уровень национального дохода), а также цены. Через год кейнсианская модель формализуется Hicks [6] в модель IS-LM. В этот же период модель Вальраса была строго формализована в ряде работ, в частности [7–10], и стала основной концепцией в микроэкономике.

В послевоенный период началось развитие невальрасовых теорий. Samuelson [11] и Tobin и Houthakker [12] изучали теорию спроса в условиях рационирования. Hansen [13] представил идеи активного спроса, близкие идеям эффективного и квазиравновесного спроса, где постоянный избыточный спрос создавал устойчивую инфляцию, вызванную регулярным дефицитом товаров на некоторых рынках (см. рис. 2). Patinkin [11, - гл. 13] рассмотрел ситуацию, когда фирмы могли быть не в состоянии продать всю свою продукцию, это противоположная ситуация: избыток товаров (см. рис. 1). Hahn и Negishi [15] изучали процессы установления равенства между спросом и предложением, однако именно в процессе, прежде чем была достигнута общая система равновесной цены. Hicks [16] исследовал методику работы с «фиксированными ценами» в сравнении с гибкими.

Работы Clower [17] и Leijonhufvud [18] были связаны с микроэкономическими основами кейнсианской теории, но делали упор на микроэкономическую составляющую. «Clower показал, что функция кейнсианского потребления не имеет никакого смысла, если только ее не переосмыслить как ответ рационального потребителя к нормированию его продаж на рынке труда. Он представил гипотезу «двойного принятия решения», предшественницу современной теории эффективного спроса, и показал, что функция потребления может иметь две различные функциональные формы, в зависимости от того, ограничен ли потребитель на рынке труда или нет. Leijonhufvud [18] настаивал на важности исследования регуляции

количества товаров в краткосрочном периоде для объяснения установления равновесия с вынужденной безработицей. Наконец, в макроэкономической модели Варго и Grossman [19,20], «Клоуровская» функция потребления и функции занятости «Патинкина» интегрировались впервые невальрасовские макроэкономические модели.

Основным направлением последующего развития было построение строгих микроэкономических понятий невальрасового равновесия. Был преодолен разрыв между традиционной микроэкономикой и макроэкономикой. С одной стороны, различными способами были обобщены понятия вальрасовского общего равновесия. С другой стороны, появилась возможность строить макро-модели, которые не могли быть синтезированы и обобщены ранее в макро-теории в рамках общей единой структуры». – [1].

## 1.4 Ценовые и количественные сигналы

### 1.4.1 Монетарная экономика

Опишем различные концепции, невальрасовой экономики в рамках монетарной экономики. Ниже приводится описание из [1]<sup>3</sup>.

Один товар, т.е. деньги, служит в качестве знаменателя стоимости всех товаров, средства обмена и резерва стоимости. Предположим, что существует  $l$  активных рынков в рассматриваемый период. На каждом из этих рынков один из  $l$  немонетарных товаров, проиндексированных по  $h = 1, \dots, l$ , обменивается на деньги по цене  $P_h$ . Обозначим за  $p$   $l$ -мерный вектор этих цен (деньги тут являются единицей измерения, их цена принимается равной единице)

Рассматривается свободная экономика обмена. Агенты индексируются  $i = 1, \dots, n$ . В начале периода у агента  $i$  есть некоторое количество денег  $\bar{m}_i \geq 0$ , и запасы неденежных товаров, представленные вектором  $\omega_i$  с компонентами  $\omega_{ih} \geq 0$  для каждого товара.

Рассмотрим агента  $i$  на рынке  $h$ . Он может сделать покупку  $d_{ih} \geq 0$ , за которую он платит  $p_h d_{ih}$  единиц денег, или продажу  $s_{ih} \geq 0$ , за которую он получает  $p_h s_{ih}$  денег. Определим разницу  $z_{ih} = d_{ih} - s_{ih}$  как его чистую покупку товара  $h$  и  $z_i$  как  $l$ -мерный вектор чистых покупок товара  $h$  (пока это не избыточный спрос на товар  $h$ ). Тогда конечные запасы неденежных товаров и денег,  $x_i$  и  $m_i$ , агента  $i$ , соответственно,

---

<sup>3</sup> Подробное описание классической модели могло быть представлено из любого другого авторитетного источника – в данном случае описания классических моделей в них очень похожи, авторы считают наиболее уместным именно упомянутый перевод.

$$x_i = \omega_i + z_i$$

и

$$m_i = \bar{m}_i - pz_i$$

Заметим, что последнее уравнение является обычным бюджетным ограничением. В данном случае использование денежной структуры обмена чрезвычайно упрощает формализацию. В самом деле, если бы мы рассматривали, например, бартерные структуры обмена между  $l$  неденежных товаров, было бы  $l(l - 1)/2$  рынков, по одному для каждой пары товаров, что значительно больше, чем  $l$  в экономике с большим количеством товаров. Наличие денежной структуры также позволяет говорить однозначно о спросе или предложении на товар  $h$ . В бартерной экономике такие спрос и предложение не будут иметь смысл, так как каждый товар может быть обменян на  $l - 1$  рынках на  $l - 1$  других товаров<sup>4</sup>.

#### 1.4.2 Вальрасово равновесие

Перейдем к вальрасовому равновесию, с тем, чтобы затем противопоставить его с невальрасовой концепции равновесия. Необходимо описать предпочтения агентов, поэтому будем считать, что агент  $i$  имеет функцию полезности  $U_i(x_i, m_i) = U_i(\omega_i + z_i, m_i)$ , которая, для простоты анализа, предполагается строго вогнутой по всем аргументам. На самом деле, помимо простоты дальнейшего анализа (в частности, единственности решения задачи потребителя) вогнутая функция является правдоподобным описанием предпочтений, удовлетворяющих основным аксиомам потребительского выбора (транзитивности, рефлексивности и т.п.) и слабой аксиоме выявленных предпочтений.

Как было указано выше, предполагается, что каждый агент имеет возможность совершать обмены столько, сколько он хочет на каждом рынке при каждом значении параметров своей задачи. Потребитель совершает покупки и продажи, чтобы максимизировать свою полезность при бюджетном ограничении; чистая функция спроса Вальраса  $z_i(p)$  является решением по  $z_i$  следующей задачи:

$$\max U_i(\omega_i + z_i, m_i)$$

---

<sup>4</sup> Различие между денежной и бартерной экономикой, конечно, традиционны. Последний пересмотр сделал Clower [209].

при условии

$$m_i + pz_i = \overline{m}_i$$

Решение задачи дает вектор вальрасового чистого спроса  $z_i(p)$ . Деньги в данном случае выполняют только три упомянутые функции, поэтому рынок денег не существует.

Вектор трансакций, реализуемых агентом  $i$  равен  $z_i(p^*)$ . Вектор равновесных цен Вальраса  $p^*$  определяется условием, что все рынки равновесны, или избыточный спрос на каждом рынке равен нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^n z_i(p^*) = 0$$

Вальрасовы распределения равновесия обладают рядом свойств. По построению равновесия согласуются как на индивидуальном, так и на рыночном уровне. По первой теореме благосостояния, равновесия являются оптимальными по Парето, т.е. невозможно найти распределение, которое было бы не хуже для всех агентов и хотя бы для одного строго лучше. Это основное понятие экономики, но в рамках анализа эффективности неравновесных или квазиравновесных состояний речь пойдет о субоптимальности состояний.

#### 1.4.3 Схемы рациионирования

Представление схем рациионирования и количественных сигналов в данном разделе взяты из Benassy [21–23].

Далее необходимо ввести важное различие между покупателями и поставщиками с одной стороны и результатами трансакций с другой. Покупатели и поставщики товара  $h$ , обозначаемые  $\widetilde{d}_{ih}$  и  $\widetilde{s}_{ih}$ , подают сигналы, передаваемые каждым агентом на рынке другим, прежде чем происходит обмен. Они представляют обмены, которые агенты желают сделать на каждом рынке, но они не обязательно совпадают на определенном рынке. Трансакции, т.е. покупки или продажи товаров, обозначаемые, соответственно, как  $d_{i\Box}^*$  или  $s_{in}^*$ , являются обменами, которые на самом деле уже сделаны, и должны, таким образом, быть сбалансированными на каждом рынке:

$$\sum_{i=1}^n d_{in}^* = \sum_{i=1}^n s_{in}^*, \forall h$$

Процесс обмена должен генерировать последовательные транзакции из любого набора покупателей и продавцов. Некоторое нормирование обязательно будут иметь место, оно может принимать различные формы, такие как равномерная система рационирования, очереди, приоритетные системы или пропорциональное рационирование в зависимости от конкретной организации каждого рынка. Избыточный спрос на каждом рынке определим как:

$$\widetilde{z}_{ih} = \widetilde{d}_{ih} - \widetilde{s}_{ih}$$

$$z_{in}^* = d_{in}^* - s_{in}^*$$

Схема нормирования на рынке  $h$  описывается набором из  $n$  функций:

$$z_{in}^* = F_{ih}(\widetilde{z}_{1h}, \dots, \widetilde{z}_{nh}), \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

таким, что

$$\sum_{i=1}^n F_{ih}(\widetilde{z}_{1h}, \dots, \widetilde{z}_{nh}) = 0, \text{ для любого } \widetilde{z}_{1h}, \dots, \widetilde{z}_{nh}$$

В общем случае  $F_{ih}$  непрерывна, не убывает по  $\widetilde{z}_{ih}$  и не возрастает в других аргументах. Прежде чем рассматривать далее возможные свойства этих схем нормирования, рассматривается пример очереди (или системы приоритетов).

В системе с очередями покупатели (или поставщики) ранжированы в заданном порядке. Пусть имеется  $n - 1$  покупателей, ранжированных в порядке  $i = 1, \dots, n - 1$  каждый из которых имеет спрос  $\widetilde{d}_{ih}$ , и поставщиков, индексированных по  $n$ , которые поставляют  $\widetilde{s}_{nh}$ . Когда очередь доходит до  $i$ -го покупателя, максимальное количество, которое он может получить – то, что агенты до него ( $j < i$ ) не забрали, т.е.

$$\widetilde{s}_{nh} - \sum_{j < i} d_{jh}^* = \max\{0, \widetilde{s}_{nh} - \sum_{j < i} \widetilde{d}_{jh}\}$$

Уровень его покупки при этом просто минимум из этой величины и его требований, т.е.

$$d_{ih}^* = \min(\widetilde{d}_{ih}, \max(0, \widetilde{s}_{nh} - \sum_{j < i} \widetilde{d}_{jh}))$$

Что касается поставщика, он продает минимум из своего предложения и совокупного спроса:

$$s_{nh}^* = \min\{\widetilde{s}_{nh}, \sum_{j=1}^{n-1} \widetilde{d}_{jh}\}$$

Поэтому общий объем покупок равен общему объему продаж на рынке  $h$ , независимо от спроса и предложения.

#### 1.4.4 Свойства схем нормирования

Добровольный обмен и эффективность рынка недвижимости обсуждаются в работах Clower [17,24], Hahn и Negishi [15], Varro и Grossman [19], Grossman [25] и Howitt [26].

Ниже приведено три возможные свойства схемы нормирования: добровольный обмен, эффективность рынка и неманипулируемость.

На рынке  $h$  существует добровольный обмен, если никакой агент не может быть вынужден покупать больше, чем ему требуется или продавать больше, чем он желает, что выражается в виде:

$$d_{ih}^* \leq \widetilde{d}_{ih}, \quad s_{ih}^* \leq \widetilde{s}_{ih}, \quad \forall i$$

или

$$|z_{ih}^*| \leq |\widetilde{z}_{ih}|, \quad z_{ih}^* * \widetilde{z}_{ih} \geq 0, \quad \forall i$$

На самом деле большинство рынков удовлетворяет этому условию (за исключением, возможно, некоторых рынков труда, что приводит к фактической безработице). В дальнейшем анализе считается, что данное условие всегда имеет

место. Это позволяет классифицировать агентов по двум категориям: не нормированных агентов, для которых  $z_{ih}^* = \widetilde{z}_{ih}$ , и нормированных агентов, которые торгуют меньше, чем хотели.

Второе свойство – это эффективность рынка, что соответствует идее совершения всех взаимовыгодных обменов. Схема нормирования является эффективной, или не имеющей трений, если никто не может найти одновременно нормированного покупателя и нормированного поставщика на соответствующем рынке. За этим стоит интуитивная идея, что на эффективно организованном рынке нормированный покупатель и продавец могут встретиться, и совершать обмен, пока один из них не станет ненормированным.

Подразумевает, что глобальный уровень сделок на рынке закрепляется на минимуме совокупного спроса и предложения. Можно отметить, что подобная эффективность рынка вполне допустима, если рассматривать небольшой децентрализованный рынок, где каждый покупатель встречает каждого поставщика (например, в очереди, описанной выше). Условие становится менее реалистичным, если рассмотреть достаточно большой децентрализованный рынок, потому что некоторые покупатели и продавцы могут не встретиться.

Можно отметить, в частности, что свойство рыночной эффективности обычно теряется в случае агрегации субрынков (в то время как, напротив, добровольный обмен собственности остается неизменным в этом процессе агрегации). В результате, на глобальном уровне объем сделок может быть меньше, чем диктуется из общего спроса или предложения. На рис. 3 показано, как на самом деле агрегация двух субрынков без трения дает неэффективный совокупный рынок, по крайней мере, в каком-то ценовом диапазоне.

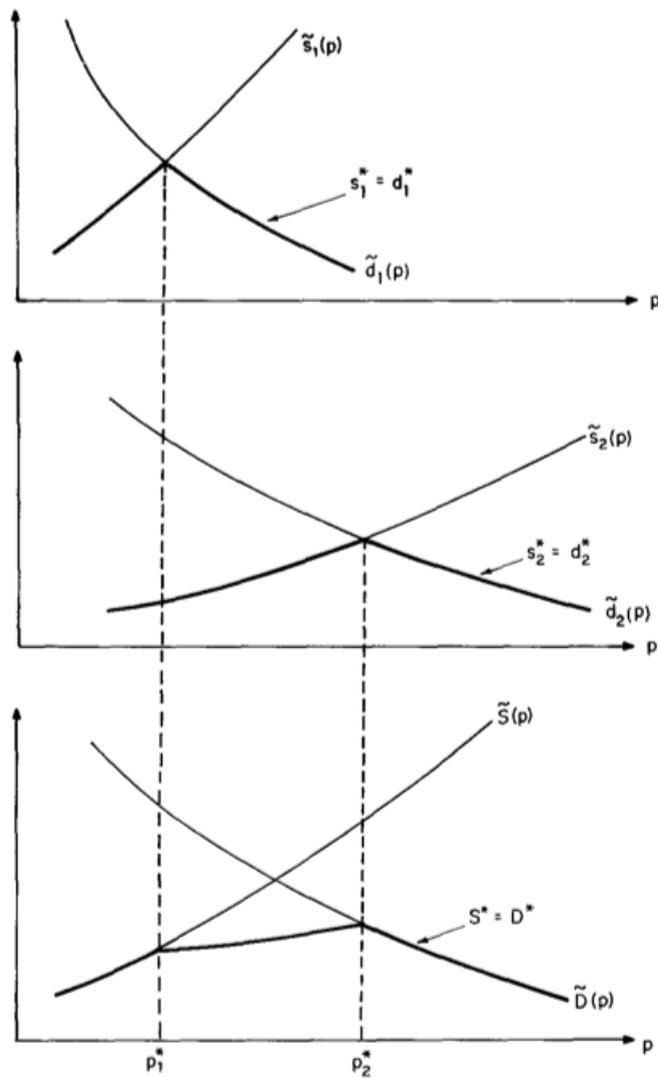


Рисунок 3 - Неэффективный совокупный рынок при некотором ценовом диапазоне. Источник: [1]

Предположение об эффективности рынка бывает не всегда, но гипотеза об эффективности не является необходимой для микроэкономических концепций.

Рассмотрим третье важное свойство схем rationирования: неманипулируемость. Проблема манипулируемости исследована у Venassy [22].

Схема rationирования не является манипулируемой, если однажды rationированный агент не может повысить уровень своих транзакций за счет увеличения своего спроса или предложения, как показано на рис. 4.

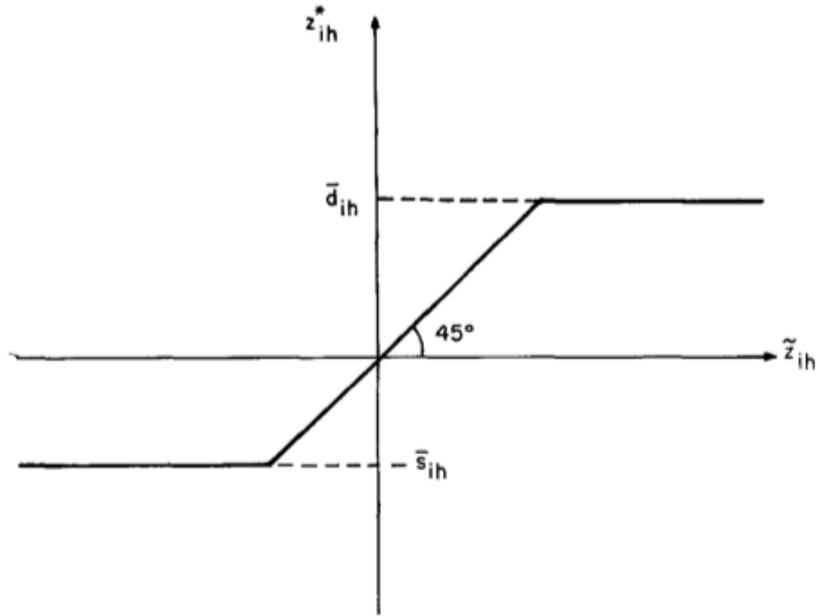


Рисунок 4 – Неманипулируемость. Источник: [1]

Неманипулируемая схема может быть записана в виде:

$$d_{ih}^* = \min(\widetilde{d}_{ih}, \overline{d}_{ih})$$

$$s_{ih}^* = \min(\widetilde{s}_{ih}, \overline{s}_{ih})$$

где границы  $\overline{d}_{ih}$  и  $\overline{s}_{ih}$  зависят только от чистого спроса других агентов (и, таким образом, не зависят от  $\widetilde{z}_{ih}$ ). В противном случае схема манипулируема. Например, система очередей, описанная выше, неманипулируема, и ее можно записать в указанной выше форме,

$$d_{ih}^* = \max\left(0, \widetilde{s}_{nh} - \sum_{j < i} \widetilde{d}_{jh}\right), \quad 1 \leq i \leq n - 1$$

$$\widetilde{s}_{nh} = \sum_{j=1}^{n-1} \widetilde{d}_{jh}$$

Напротив, пропорциональная схема нормирования, например, является манипулируемой. Для того, чтобы охарактеризовать свойство неманипулируемости

формально, удобно отделить  $\widetilde{z}_{ih}$  от других чистых спросов, и, таким образом, выписать схему нормирования в виде:

$$z_{ih}^* = F_{ih}(\widetilde{z}_{ih}, \widetilde{z}_{-ih}), \quad i = 1, \dots, n$$

где

$$\widetilde{z}_{-ih} = \{z_{jh} | j \neq i\}$$

где  $\widetilde{z}_{-ih}$  есть множество чистого спроса на рынке  $h$ , кроме спроса  $i$ -го агента. Схема рационирования на рынке  $h$  не является манипулируемой, если она может быть записана в виде:

$$F_{ih}(\widetilde{z}_{ih}, \widetilde{z}_{-ih}) = \begin{cases} \min[\widetilde{z}_{ih}, G_{ih}^d(\widetilde{z}_{-ih})], & \text{если } \overline{z}_{-ih} \geq 0, \\ \max[\widetilde{z}_{ih}, -G_{ih}^s(\widetilde{z}_{-ih})], & \text{если } \overline{z}_{-ih} \leq 0, \end{cases}$$

где

$$G_{ih}^d(\widetilde{z}_{-ih}) \geq 0$$

$$G_{ih}^s(\widetilde{z}_{-ih}) \geq 0$$

#### 1.4.5 Ценовые и количественные сигналы

Приведенный выше анализ касался несвободных рынков. На таком рынке каждый агент получает помимо традиционного ценового сигнала какой-нибудь количественный сигнал. В дальнейшем сконцентрируемся на рынках, которые удовлетворяют свойству добровольного обмена и неманипулируемы<sup>5</sup>. Они могут быть представлены в виде:

$$z_{ih}^* = \begin{cases} \min(\widetilde{z}_{ih}, \overline{d}_{ih}), & \text{если } \overline{z}_{ih} \geq 0, \\ \max(\widetilde{z}_{ih}, -\overline{s}_{ih}), & \text{если } \overline{z}_{ih} \leq 0, \end{cases}$$

или

---

<sup>5</sup> Манипулируемые схемы приводят к феномену «перезамыкания», который препятствует установлению равновесия [22,23].

$$z_{ih}^* = \min\{\overline{d}_{ih}, \max(\widetilde{z}_{ih}, -\overline{s}_{ih})\}$$

где

$$\overline{d}_{ih} = G_{ih}^d(\widetilde{z}_{-ih}), \quad \overline{s}_{ih} = G_{ih}^s(\widetilde{z}_{-ih}) \quad (1.2)$$

Величины  $\overline{d}_{ih}$  и  $\overline{s}_{ih}$ , которые являются количественными сигналами, которые агент  $i$  получает на рынке  $h$  в дополнение к цене, в дальнейшем будем называть их дополнительными ограничениями.

Можно представить функции нормирования и воспринимаемых ограничений в отношении агента  $i$  (уравнения (1.1) и (1.2)) как вектор-функции:

$$z_i^* = F_i(\widetilde{z}_i, \widetilde{z}_{-i}) \quad (1.3)$$

$$\overline{d}_i = G_i^d(\widetilde{z}_{-i}), \quad \overline{s}_i = G_i^s(\widetilde{z}_{-i}) \quad (1.4)$$

где  $z_i$  есть вектор спроса агента  $i$  и  $z_{-i}$  есть множество всех таких векторов для всех агентов, кроме агента  $i$ .

## 1.5 Равновесие при фиксированных ценах

В данном разделе представлены:

- 1) общая структура невальрасовских равновесий (при некоторых мягких условиях существуют равновесия при фиксированных ценах для каждой положительной ценовой системы и каждого набора схем рационирования);
- 2) основа для построения других невальрасовских концепций равновесия с гибкими ценами;
- 3) свойства их оптимальности (или скорее субоптимальности).

Ниже будут введены два понятия равновесия при фиксированных ценах, разработанные на основе Benassy [21–23] и Dreze [27], соответственно. Альтернативная концепция, которая не использует количественные сигналы, предложена Younes [28]. Также будет рассмотрен рынок труда, а именно ранняя модель равновесия несвободного рынка труда Glustoff [29].

Каждое из описываемых ниже равновесий не является взаимоисключающим: отношения между различными концепциями были изучены Silvestre [30,31] и

D'Autume [32]. Что касается равновесие при фиксированных ценах, то оно было смоделировано как равновесия Нэша в работах Bohm и Levine [33] и Heller и Starr [34]. Тем не менее, этот подход дает большое количество нежелательных равновесий (в том числе, когда торговля не происходит) по причинам, описанным в [23].

Предположим, система цен  $p$  нам задана и схемы рациирования на всех рынках не являются манипулируемыми. Соответственно, операции и количественные сигналы генерируются на всех рынках в соответствии с (1.3) и (1.4):

$$z_i^* = F_i(\tilde{z}_i, \tilde{z}_{-i})$$

$$\bar{d}_i = G_i^d(\tilde{z}_{-i})$$

$$\bar{s}_i = G_i^s(\tilde{z}_{-i})$$

Заметим, что для понятия равновесия при фиксируемых ценах требуется определить, как формируются спросы.

### 1.5.1 Эффективный спрос и предложение

Спросы и предложения являются сигналами, которые агенты отправляют другим агентам на «рынок» для того, чтобы совершить лучшие сделки. Вальрасовы спросы и предложения – это комбинация лучших ответов при разных уровнях цен. Предположим теперь, что агент  $i$  имеет вектор цен  $p$  и векторы воспринимаемых ограничений  $\bar{d}_i$  и  $\bar{s}_i$ , и посмотрим, как он может выбрать вектор эффективного спроса  $\bar{z}_i$ , который приводит его к наилучшей возможной сделке.

Сначала начнем с определения этой оптимальной сделки. Агент  $i$  знает, что на рынке  $h$  его транзакции ограничены интервалом, заданным воспринимаемыми ограничениями:

$$-\bar{s}_{ih} \leq \bar{z}_{ih} \leq \bar{\square}_{ih}$$

Поэтому его лучшая транзакция – это решение относительно  $z_i$  следующей задачи

$$\max U_i(\omega_i + z_i, m_i)$$

при условии (ограничении)

$$m_i + pz_i = \bar{m}_i$$

$$-\bar{s}_{ih} \leq \bar{z}_{ih} \leq \bar{d}_{ih}, \quad h = 1, \dots, l.$$

Так как функция  $U_i$  строго вогнута, то решение является единственным, и обозначим его как  $\xi_i^*(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i)$ . Тем не менее, агент не объявляет непосредственно вектор сделок, но посылает вектор  $\tilde{z}_i$  эффективных спросов и предложений для того, чтобы реализовать эту оптимальную сделку. Если агент  $i$  посылает спрос  $\tilde{z}_{ih}$  на рынке  $h$ , он получит сделку, равную

$$\min\{\bar{d}_{ih}, \max(\tilde{z}_{ih}, -\bar{s}_{ih})\}$$

так что спрос, который приводит к оптимальной сделке должен быть решением относительно  $\tilde{z}_{ih}$  в задаче

$$\min\{\bar{d}_{ih}, \max(\tilde{z}_{ih}, -\bar{s}_{ih})\} = \zeta_{ih}^*(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i)$$

Это уравнение имеет фактически бесконечное число решений, если  $\xi_{ih}^*$  равно любому  $\bar{d}_{ih}$  или  $-\bar{s}_{ih}$  из граничных условий. Будем определять эффективный спрос агента  $i$  на рынке  $h$ , который обозначим  $\tilde{\xi}_{ih}(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i)$ , как решение относительно  $z_{ih}$  следующей задачи:

$$\max U_i(\omega_i + z_i, m_i)$$

при условии (ограничении)

$$m_i + pz_i = \bar{m}_i$$

$$-\bar{s}_{ih} \leq \bar{z}_{ih} \leq \bar{d}_{ih}, \quad k \neq h.$$

Эффективный спрос на рынке  $h$  соответствует обмену, который максимизирует полезность агентов, с учетом ограничений на других рынках.

Решая задачу для всех рынков  $h$ , получается вектор-функция эффективного спроса  $\xi_{ih}(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i)$ . Этот вектор эффективного спроса, имеет два свойства. Во-первых, он приводит к лучшему вектору сделки  $\xi_i^*(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i)$  [22,23]. Во-вторых, когда ограничение является обязательным на рынке  $h$ , соответствующий спрос (или предложение) больше, чем ограничение. Иначе говоря, сделка таким образом, «сигналит» на рынок, что агент торгует меньше, чем хотел бы.

Проиллюстрируем рассуждения выше примером из Patinkin [14] и Varro и Grossman [19], касательно производственной функции фирмы.

Рассмотрим фирму с производственной функцией  $y = F(l)$ , которую будет считать убывающей, при цене  $p$  на рынке продукции и заработной плате  $w$  на рынке труда. Вальрасовские спрос на рабочую силу, являющийся результатом максимизации прибыли  $py - wl$  при условии, что производственная функция  $y = F(l)$  равна  $F'^{-1}(\frac{w}{p})$ . Предположим теперь, что фирма сталкивается с ограничением на реализацию ее продукции. Согласно приведенному выше определению, эффективный спрос на рабочую силу,  $\tilde{l}^d$  является решением относительно  $l$  следующей задачи:

$$\max py - wl$$

при условии

$$y = F(l)$$

$$y \leq \bar{y}$$

что дает эффективный спрос на рабочую силу:

$$\tilde{l}^d = \min\{F'^{-1}(\frac{w}{p}), F'^{-1}(\bar{y})\}$$

Видно, что эффективный спрос на рабочую силу может иметь две формы: вальрасовский спрос, который был выведен выше, если ограничение продажи не является обязательным, или, если это ограничение является обязательным, более «кейнсианскую» форму, равную количеству трудовых ресурсов, необходимых для

производства необходимого объема выпуска. Заметим, что эффективный спрос может иметь различные функциональные формы, что интуитивно объясняет, почему невальрасовы модели обычно имеют несколько режимов.

На самом деле фирма может испытывать ограничения и на производимый выпуск, и на количество используемых факторов производства. Возможная причина кроется в несовершенстве рынка, неполноте и отсутствия мгновенной передачи новой информации, а значит процесс «нащупывания» равновесной цены может затянуться. Оказывается, что Вальрасовский аукционист – исключительно теоретическое предположение.

### 1.5.2 Равновесие при фиксированных ценах

С учетом определения эффективного спроса, введем определение равновесия при фиксированных ценах, (из [21,23]), которое будем называть К-равновесием для краткости:

Определение 1. К-равновесие, с системой цен  $p$  и схемой нормирования, которая представляется функциями  $F_i, i = 1, \dots, n$ , представляет собой набор эффективных спросов  $\tilde{z}_i$ , транзакций  $z_i^*$  с воспринимаемыми ограничениями  $\bar{d}_i, \bar{s}_i$  таким образом, что:

$$(a) \tilde{z}_i = \bar{\zeta}_i(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i), \quad i = 1, \dots, n$$

$$(b) z_i^* = F_i(\tilde{z}_i, \tilde{z}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n$$

$$(c) \bar{d}_i = G_i^d(\tilde{z}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n$$

$$\bar{s}_i = G_i^s(\tilde{z}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n$$

Заметим, что при фиксированных ценах, количественные ограничения К-равновесия  $\bar{d}_i, \bar{s}_i$ , из которых агенты строят свои эффективные требования, (уравнение (a)) будут генерироваться в процессе обмена (уравнение (c)). При равновесии агенты, таким образом, будут иметь корректное восприятие этих количественных ограничений.

Равновесие, определенное выше, существуют для всех положительных цен и схем рациионирования, удовлетворяющих условию добровольного обмена и неманипулируемости [21,23]. «Экзогенные» данные состоят из системы цен и схем рациионирования на всех рынках  $F_i, i = 1, \dots, n$ .

Является ли равновесие для таких экзогенных данных единственным? Положительный ответ на этот вопрос был дан Schulz [35], который показал, что

равновесие единственно, при условии, что побочные эффекты<sup>6</sup> одного рынка на другой составляют менее чем 100 процентов в стоимостном выражении. Например, в простейшей традиционной кейнсианской модели это значит, что склонность к потреблению меньше единицы.

Обозначим через  $\tilde{Z}_i(p), Z_i^*, \bar{D}_i(p), \bar{S}_i(p)$ , значения  $\tilde{z}_i, z_i^*, \bar{d}_i, \bar{s}_i$  в равновесии при фиксированных ценах.

В качестве простого примера равновесия при фиксированных ценах, рассмотрим традиционный пример ящика Эджворта (рис. 5), который представляет собой единый рынок, где агенты А и В обмениваются товарами (по горизонтали) на деньги (по вертикали). Точка О соответствует начальному состоянию, DC - бюджетная линия двух агентов при ценах  $p$ , точки А и В являются точками касания кривых безразличия с этой бюджетной линией.

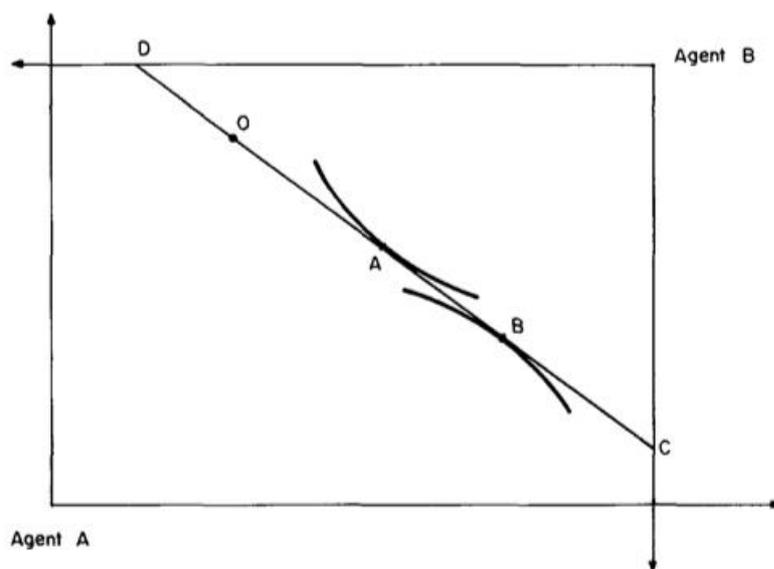


Рисунок 5 - Ящик Эджворта. Источник: [1]

Изменяя уровень обменов по линии OC, заметим, что спрос А - величина OA, спрос В – величина OB. Обмен происходит на минимуме этих двух величин, то есть OA, и агент В нормируется. Выявленные ограничения являются соответственно, линиями OA для агента В и OB для агента А. Агент В имеет ограничение на предложение, а агент А нет.

Перейдем к свойствам распределений при К-равновесии при фиксированных ценах.

<sup>6</sup> Существует побочный эффект, когда ограничение на одном рынке изменяет эффективный спрос на другом рынке.

1) с учетом конкретного рынка  $h$  трансакции различных агентов, по построению, являются взаимно согласованными, поскольку они вытекают из схем рационирования:

$$\sum_{i=1}^n z_{ih}^* = 0, \forall h.$$

Спрос и предложение не должны быть сбалансированы, однако, на определенном рынке могут быть три различные категории агентов:

- (а) нерационированные агенты, такие, что  $z_{ih}^* = \tilde{z}_{ih}$
- (б) нормированные покупатели, такие, что  $z_{ih}^* > \tilde{z}_{ih} = d_{ih}$ , и
- (с) нормированные продавцы, такие, что  $z_{ih}^* < \tilde{z}_{ih} = -\bar{s}_{ih}$ .

Обратим внимание, что, поскольку концепция допускает неэффективные схемы рационирования, на одном и том же рынке одновременно могут быть как нормированные продавцы, так и нормированные покупатели. Если, однако, схема рационирования на рассматриваемом рынке лишена «трений», в лучшем случае только одна сторона рынка нормируется.

Если рассмотреть конкретного агента  $i$ , можно видеть, что его вектор трансакций  $z_i^*$  является наилучшим, принимая во внимание предполагаемые ограничения на всех рынках, поскольку эффективный спрос был построен таким образом, чтобы получить именно эту оптимальную сделку. Математически  $z_i^*$  является решением относительно  $z_i$  следующей задачи (см. выше аналогичную):

$$\max U_i(\omega_i + z_i, m_i)$$

при условии

$$pz_i + m_i = \bar{m}_i$$

$$-\bar{s}_{ih} \leq z_{ih} \leq \bar{d}_{ih}, \quad h = 1, \dots, l$$

### 1.5.3 Альтернативная концепция

Представим альтернативную концепцию равновесия при фиксированных ценах, основываясь на работе Dreze [27]. Эта концепция имеет дело непосредственно с векторами трансакций  $z_i^*$  и количественными ограничениями  $\bar{d}_i, \bar{s}_i$ .

Первоначальная концепция Dreze имеет дело с равномерной системой рациионирования, так что векторы  $\bar{d}_i, \bar{s}_i$  одинаковы для всех агентов.

Назовем его D-равновесием.

Определение 2. D-равновесие с фиксированными ценами для данного набора цен  $p$  определяется как множество векторов сделок  $z_i^*$  и количественных ограничений  $\bar{d}_i, \bar{s}_i$  таких, что

$$(a) \sum_{i=1}^n z_{ih}^* = 0, \forall h.$$

(b) Вектор  $z_i^*$  является решением относительно  $z_i$  следующей задачи:

$$\max U_i(\omega_i + z_i, m_i)$$

при условии

$$pz_i + m_i = \bar{m}_i$$

$$-\bar{s}_{ih} \leq z_{ih} \leq \bar{d}_{ih}, \quad h = 1, \dots, l$$

$$(c) \forall h, \quad z_{ih}^* = \bar{d}_{ih}, \text{ для тех } i, \text{ где выполняется } z_{jh}^* > -\bar{s}_{jh}, \forall j$$

$$z_{ih}^* = -\bar{s}_{ih}, \text{ для тех } i, \text{ где выполняется } z_{jh}^* < \bar{d}_{jh}, \forall j$$

Условие (a) является естественным требованием, что транзакции должны быть сбалансированы на каждом рынке. Условие (b) говорит, что транзакции должны быть индивидуально рациональными, то есть они должны максимизировать полезность при бюджетном ограничении и количественных ограничениях на всех рынках. В обозначениях предыдущего пункта это  $z_i^* = \xi_i^*(p, \bar{d}_i, \bar{s}_i)$ .

Следует отметить, что на данном этапе использование количественных ограничений в виде максимальных верхних и нижних границ на торгах неявно предполагает схему рациионирования, которая подразумевает добровольный обмен и неманипулируемость, с чем мы уже сталкивались в 1.3.4.

Условие (с) в основном говорит, что нормирование может повлиять либо на предложение, либо на спрос, но не то и то одновременно<sup>7</sup>. Видно, что в данном случае имеет место другая формализация условия эффективности рынка.

Dreze [27] доказал, что равновесие по определению 2 существует для всех положительных ценовых систем и единых схем рациионирования при традиционных предположениях вогнутости функций полезности. Концепция легко распространяется на некоторые неравномерные ограничения [36,37], но в этом случае в концепции не указано, как остатки распределяются между нормированными продавцами или нормированными поставщиками. В данном случае, как правило, будет бесконечное множество равновесий с фиксированными ценами, соответствующих данной цене, если есть два равномерно нормированных агента на одной стороне рынка.

Нормирования, явно или неявно, базируются основе схем рациионирования рынков, удовлетворяющих условиями добровольного обмена и неманипулируемости. Это говорит о том, что если в первом определении предполагалось, что все схемы рациионирования являются эффективными, то эти два определения должны давать аналогичные наборы равновесных распределений для данной системы цен. Действительно, это было доказано в работе Silvestre [30,31] как для экономики обмена, так и для экономики обмена с производством.

#### 1.5.4 Дальнейшие исследования

Различные расширения этих концепций были изучены, например, в работе [27] Dreze построил равновесие, где некоторые цены имеют экзогенные границы, или индексируются друг на друга (см. также [38]).

Как упоминалось выше проблемы манипулируемости схем рациионирования были изучены в работах Benassy [22,23]. Равновесие при фиксированных ценах в бартерной экономике было смоделировано Benassy [39].

Вопрос о единственности равновесия при фиксированных ценах также изучался Schulz [35], который формулирует достаточные условия для глобальной единственности в модели Benassy. Равновесие Dreze, как правило, не является единственным, но результаты с единственным равновесием могут быть получены в некоторых конкретных случаях (см. например [40] ).

---

<sup>7</sup> Оригинальная работа также предусматривает, что один товар не должен быть нормирован вообще, чтобы исключить тривиальное равновесие, когда все агенты не будут торговать.

2. Беря за основу рассмотренные модели, выведем модель краткосрочного экономического неравновесия в рамках экономики обмена с ценовыми ограничениями. В данной модели мы добавляем политическую часть к равновесию в экономике обмена. Любой из участников экономики может предложить свою систему ограничений вместо существующей, решение относительно которой принимается посредством голосования участников экономики обмена.

Модель состоит из двух частей: экономики обмена с ценовыми ограничениями и политической части. Сначала мы рассмотрим модель экономики обмена с ценовыми ограничениями, а затем определим политическое равновесие.

#### *Экономика обмена.*

В экономике присутствуют  $j = 0, \dots, m$  товаров и нечетного числа  $i = 1, \dots, n$  потребителей. Обозначим за  $w^i$  начальный запас  $i$ -ого потребителя и за  $\succsim^i$  предпочтения  $i$ -ого потребителя. Предположим, что предпочтения каждого из потребителей являются полными, транзитивными, строго монотонными выпуклыми и непрерывными. Обозначим за  $P(p^-, p^+) = \{p \in \mathbb{R}_+^{m+1} : p_0 = 1, p_j^- \leq p_j \leq p_j^+, \forall j = 0, \dots, m\}$  множество допустимых цен. Тогда экономика обмена с ограничением на цены будет выглядеть следующим образом:  $E = \{(\succsim^i, w^i), P(p^-, p^+)\}$ . Также в данной экономике присутствуют квоты которые могут быть индуцированы ценовыми ограничениями, обозначим нижнюю квоту за  $l_j$  и верхнюю квоту за  $L_j$ .

**Утверждение 1.** В экономике обмена с ценовыми ограничениями существует равновесие.

Это утверждение следует из Теоремы 1 Дрезе, поскольку предположения сделаны нами приводят к выполнению предположений Теоремы 1.

**Утверждение 2.** Для любых ценовых ограничений существует равновесие в экономике с ценовыми ограничениями и квотами.

Это утверждение является следствием теоремы, утверждающей, что любое равновесие с ценовыми и количественными ограничениями может быть охарактеризовано при помощи псевдоцен, которые однозначно определяют ценовые и количественные ограничения. Таким образом при использовании цен можно получить равновесные псевдоцены при помощи которых в последствии построить равновесные условия на количественные ограничения. Таким образом, наибольший интерес представляет существование политического равновесия в данной системе, а экономическое равновесие будет являться следствием имплементации политического равновесия и будет полностью индуцировано политическим равновесием в системе.

### *Политическое Равновесие.*

Предположим, что кандидат получает некоторую постоянную прибыль равную  $s^i$  от победы на выборах. Отметим также, что сделанные нами предположения относительно предпочтений гарантируют существование функции полезности а также функции косвенной полезности в равновесии. Таким образом, прибыль победившего кандидата определяется как  $v^i(x^{i*}) + s^i$ . Отметим, что кандидат устанавливающий ценовые ограничения в начальном периоде также является участником экономики обмена, поэтому может. Таким образом, каждый из участников экономики обмена может предложить свои ценовые ограничения.

Далее мы предположим, что все кандидаты имеют полную информацию о предпочтениях других агентов и прибыли которую они получают в случае если их ценовые ограничения будут приняты. Также предположим, что все избиратели голосуют честно, чтобы исключить возможность манипуляции процессом голосования. Также мы сфокусируемся на случае, когда оптимальным ценовым ограничением для потребителя является определенная точка, а не интервал. Отметим, что все полученные результаты могут быть обобщены для случая интервала цен в рамках которого потребитель безразличен относительно выбранной цены. Также мы предположим, что победителем может быть лишь победитель Кондорсе, в случае наличия нескольких потребителей мы победитель выбирается случайным образом.

### *Простой пример*

Для начала рассмотрим простое политэкономическое равновесие в экономике с  $n$  потребителями и двумя товарами. Каждый потребитель имеет квазилинейные предпочтения которые могут представлены следующей функцией полезности:

$$u_i(x, y) = \theta_i(x) + y$$

Обозначим цену товара  $x$  за  $p$ , а цену товара измерителя  $y$  предположим равной единице. Предположим также что функция  $\theta_i$  является монотонной, чтобы обеспечить существование обратной функции. Тогда косвенная функция полезности будет выглядеть следующим образом:

$$v(x, y) = pw_x^i + \theta_i([\theta_i']^{-1}(p)) - [\theta_i']^{-1}(p)$$

Тогда первая производная функции полезности будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial v}{\partial p} = w_x^i + \frac{p - 1}{\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))}$$

А вторая производная будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial p^2} = \frac{\left(\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))\right)^2 - (p-1)\theta_i'''([\theta_i^{-1}]'(p))}{\left(\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))\right)^3}$$

**Предположение 1.** Для каждого потребителя  $i = 1, \dots, n$  хотя бы одно из трех неравенств выполняется:

- $w_x^i + \frac{p-1}{\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))} > 0$
- $w_x^i + \frac{p-1}{\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))} < 0$
- $\frac{\left(\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))\right)^2 - (p-1)\theta_i'''([\theta_i^{-1}]'(p))}{\left(\theta_i''([\theta_i^{-1}]'(p))\right)^3} > 0$

Заметим, что в результате этого предпочтения относительно товара  $x$  являются унимодальными. Таким образом каждый потребитель имеет идеальную «квоту» по цене товара  $x$  и мы можем упорядочить всех потребителей относительно данной идеальной точки. В результате получим  $\hat{p}_1 \leq \hat{p}_2 \leq \dots \leq \hat{p}_n$ . Назовем медианным избирателем такого, что  $|\{i: \hat{p}_i < \hat{p}_m\}| \leq n/2$  и  $|\{i: \hat{p}_i > \hat{p}_m\}| \leq n/2$ .

**Утверждение 3.** В условиях предположения 1 идеальная цена медианного избирателя является победителем Кондорсе в неравновесной экономике.

В данном случае мы предполагаем, что все потенциальные кандидаты будут имплементировать политику которую они предлагают. Отметим, что данный результат не зависит от полезности, которую потребитель получает от того факта что он является избранным. Данное утверждение также представляет достаточное условие для существования политэкономического равновесия в данной системе, притом мы рассматриваем политэкономическое равновесие в чистых стратегиях.

#### *Общий случай*

Заметим, что несмотря на теорему о медианном избирателе – все еще является интересным кто именно из потребителей будет имплементировать реформу в статической версии модели. Сначала обобщим Утверждение 3 для случая с  $n$  потребителями и  $m + 1$  товаров. Отметим, что в данном случае потребители все равно будут выбирать цену только одного из товаров, так как в случае многих товаров даже крайне жесткие предположения не способны гарантировать существование равновесия.

**Утверждение 4.** Если косвенная функция полезности потребителя является унимодальной относительно цены товара  $i$  для всех других цен, то идеальная цена медианного избирателя является победителем Кондорсе.

Теперь рассмотрим варианты при которых разные потребители будут избраны для имплементации политики предложенной медианным избирателем. Для начал рассмотрим случай когда потребители крайне высоко ценят факт того, что они избираются. Утверждение 4 также как и Утверждение 3 является достаточным условием для существования политэкономического равновесия в данной экономике.

**Утверждение 5.** Для достаточно большой  $s^i$  потребитель  $i$  будет предлагать  $\hat{p}_m$ .

Для доказательства данного утверждения достаточно назначить достаточно высокую прибыль от победы на выборах  $s^i > v_i(\hat{p}_i) - v_i(\hat{p}_m)$ . Таким образом, под достаточно высокой прибылью от победы на выборах мы предполагаем прибыль которая бы компенсировала потребителю отклонение от его идеальной точки в сторону оптимальной цены медианного потребителя.

**Утверждение 6.** Для достаточно маленькой  $s^i$  все потребитель  $i$  будет предлагать  $\hat{p}_i$ .

Для доказательства данного утверждения достаточно назначить достаточно высокую прибыль от победы на выборах  $s^i \leq v_i(\hat{p}_i) - v_i(\hat{p}_m)$ . Таким образом, достаточно чтобы прибыль от победы не превышала необходимую компенсацию в терминах косвенной полезности.

#### *Динамическое политэкономическое равновесие.*

В случае полной информации и без ограничений динамическое равновесие не представляет большого интереса, однако зачастую политическая система подразумевает что один и тот же агент не может находиться у власти больше чем определенного числа периодов. Заметим, что в данном случае этот случай будет представлять наибольший интерес, так как в обратном случае медианный избиратель будет постоянно находиться у власти. Также дальше мы предположим, что все «идеальные» цены являются различными, чтобы избежать ротации власти между различными медианными избирателями. Для простоты мы предположим, что каждый агент не может быть избран в двух последующих периодах а также сконцентрируемся на рассмотрении стационарных стратегий. Стационарность стратегий гарантирует отсутствие манипуляций за счет того, что стратегия не зависит от истории игры, таким образом, невозможен сговор игроков.

**Предположение 2.** Для любого  $i = 1, \dots, n - 1$ ,  $s^i \leq v_i(\hat{p}_i) - v_i(\hat{p}_{i+1})$  и для каждого  $i = 2, \dots, n - 1$ ,  $s^i \leq v_i(\hat{p}_i) - v_i(\hat{p}_{i-1})$ .

Предположение 2 гарантирует, что каждый потребитель предпочитает имплементацию своей оптимальной цены тому, что он будет избран с использованием политики медианного потребителя. Данное предположение позволяет нам избежать появления

дополнительных равновесий в которых политика медианного потребителя будет имплементироваться постоянно за счет того что различные потребители будут избираться в таком случае различные равновесные исходы будут зависеть от реализаций случайной величины.

**Предположение 3.** Без потери общности  $v_m(\hat{p}_{m-1}) < v_m(\hat{p}_{m+1})$ .

Предположение 3 гарантирует, что медианный избиратель будет предпочитать политику предложенную  $m + 1$  избирателем политике предложенной  $m - 1$  избирателем.

**Утверждение 7.** В условиях Предположений 2 и 3 справедливым будет следующее равновесие: в нечетных периодах имплементируется оптимальная цена медианного избирателя, в четных периодах имплементируется политика  $m + 1$  избирателя.

Доказательство. В первом периоде очевидно избирается медианный избиратель (см. Утверждение 4). Во втором периоде, медианный избиратель не может номинироваться. Исходя из Предположения 2 никто игроки будут предпочитать выдвижение собственных идеальных цен, это гарантирует «честное» выдвижение кандидатов. Таким образом, спектр доступных политик будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{p}_1 < \dots < \hat{p}_{m-1} < \hat{p}_{m+1} < \dots < \hat{p}_n$$

Таким образом, в экономике присутствует  $n - 1$  возможная политика, однако единственная доступная политика для медианного избирателя – выбор одной из существующей. Таким образом, задача будет эквивалентна следующей:

$$\hat{p}_1 < \dots < \hat{p}_{m-1} < \hat{p}'_m = \hat{p}_{m+1} < \dots < \hat{p}_n$$

Поскольку медианный потребитель предпочитает политику  $m + 1$  избирателя политике  $m - 1$  избирателя. Таким образом  $m + 1$  избиратель в данном случае становится медианным избирателем. ■

Заметим, что для случая когда после одного периода имплементации политики она не может быть имплементирована в течение  $t$  периодов мы можем обобщить данное утверждение обобщив условие Предположения 3.

**Предположение 3'.** Для любых  $j = 0, \dots, t$   $v_{m+j}(\hat{p}_{m-1}) < v_{m+j}(\hat{p}_{m+k})$  для любого  $k = 1, \dots, t$ .

Предположение 3' гарантирует что среди  $t$  оптимальных цен которые будут выбраны каждый из тех, кто уже был выбран будет предпочитать политику следующего выбранного избирателя будет предпочитаться сдвигу влево.

**Утверждение 7.** В условиях Предположений 2 и 3' справедливым будет следующее равновесие: в периоде 1 выбирается оптимальная цена медианного избирателя, далее в

периодах  $j = 2, \dots, t - 1$  будет выбираться оптимальная цена  $m + j$  избирателя и затем это равновесие будет повторяться начиная с  $tk$  периода, где  $k > 0$ .

Данное утверждение гарантирует чередование политик через каждые  $t$  периодов. Заметим, что данное утверждение работает только в случае длины цикла не превышающего половины от количества избирателей.

Итак, в данной модели мы рассмотрели модель политэкономического равновесия в экономике с ценовыми и количественными ограничениями. Используя предыдущие результаты мы смогли свести задачу политэкономического равновесия к исследованию существования и структуры политического равновесия в модели. Показали применимость теоремы о медианном избирателе к данному случаю. Также мы рассмотрели случай с ограничениями на количество периодов в которых оптимальная цена потребителя может быть избрана и получили достаточное условие для равновесия с чередующейся ценой. А также обобщили данное утверждение для цикла произвольной длины не более половины избирателей.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Benassy J.-P., Bénassy J.-P. Non-Walrasian equilibria, money, and macroeconomics [Text] // Handbook of monetary economics / ed. Friedman B.M., Hahn F.H. - 1990. - Vol. 1. - P. 103–169.
2. Schinkel M.P. Disequilibrium Dynamics and Aggregate Excess Demand. On a Homunculus Fallacy in Economic Theory [Text] // History of Political Economy. - 2006. - Vol. 38. - № 1. - P. 189–212.
3. Augustyniak H. et al. Housing market cycles—a disequilibrium model and its calibration to the Warsaw housing market [Text] - 2013.
4. Walras L. Éléments d'économie politique pure; ou, Théorie de la richesse sociale [Text] - Lausanne: Corbaz. - 1874.
5. Keynes J.M. The general theory of interest, employment and money [Text] - London: Macmillan. - 1936.
6. Hicks J.R. Mr. Keynes and the “classics”; a suggested interpretation [Text] // Econometrica. - 1937. - P. 147–159.
7. Hicks J.R. Value and Capital, 2nd [Text] - Oxford: Clarendon Press. - 1939.
8. Arrow K.J., Debreu G. Existence of an equilibrium for a competitive economy [Text] // Econometrica. - 1954. - P. 265–290.
9. Debreu G. Theory of Value [Text] - New York. - 1959.
10. Arrow K.J., Hahn F. General competitive analysis [Text] - Amsterdam: North-Holland. - 1971.
11. Samuelson P. Foundations of Economic Analysis [Text] - Harvard University Press Cambridge, Mass. - 1947.
12. Tobie J., Houthakker H.S. The effects of rationing on demand elasticities [Text] // The Review of Economic Studies. - 1950. - Vol. 18. - № 3. - P. 140–153.
13. Hansen B. A Study of the Theory of Inflation [Text] - 1951.
14. Patinkin D. Money, interest, and prices [Text] - Harper & Row. - 1965.
15. Hahn F.H., Negishi T. A theorem on non-tatonnement stability [Text] // Econometrica. - 1962. - P. 463–469.
16. Hicks J. Capital and growth [Text] - Oxford University Press. - 1965. - Vol. 343.
17. Clower R.W. The Keynesian counterrevolution: a theoretical appraisal [Text] // The theory of interest rates. - London: Macmillan. - 1965. - Vol. 103. - P. 125.
18. Leijonhufvud A. On Keynesian economics and the economics of Keynes [Text] - Oxford University Press. - 1968.

19. Barro R.J., Grossman H.I. A general disequilibrium model of income and employment [Text] // The American Economic Review. - 1971. - Vol. 61. - № 1. - P. 82–93.
20. Barro R., Grossman H. Money, Employment and Inflation [Text] - Cambridge University Press. - 1976.
21. Benassy J.-P. Neo-Keynesian disequilibrium theory in a monetary economy [Text] // Equilibrium and disequilibrium in economic theory / ed. G Schwödiauer. - G. Boston: D. Reidel Publishing Company. - 1975. - Vol. 42. - № 4. - P. 503–523.
22. Benassy J.-P. On Quantity Signals and the Foundations of Effective Demand Theory [Text] // The Scandinavian Journal of Economics. - 1977. - P. 147–168.
23. Benassy J.-P. The economics of market disequilibrium [Text] - New York: Academic Press. - 1982.
24. Clower R. Keynes and the classics: A dynamical perspective [Text] // The Quarterly Journal of Economics. - 1960. - Vol. 74. - № 2. - P. 318–323.
25. Grossman H.I. Money, interest, and prices in market disequilibrium [Text] // The Journal of Political Economy. - 1971. - P. 943–961.
26. Howitt P.W. Stability and the quantity theory [Text] // Journal of Political Economy. - 1974. - Vol. 82. - № 1. - P. 133–151.
27. Dreze J.H. Existence of an exchange equilibrium under price rigidities [Text] // International Economic Review. - 1975. - Vol. 16. - № 2. - P. 301–320.
28. Younès Y. On the role of money in the process of exchange and the existence of a non-Walrasian equilibrium [Text] // The Review of Economic Studies. - 1975. - Vol. 42. - № 4. - P. 489–501.
29. Glustoff E. On the existence of a Keynesian equilibrium [Text] // The Review of Economic Studies. - 1968. - Vol. 35. - № 3. - P. 327–334.
30. Silvestre J. Fixprice analysis in exchange economies [Text] // Journal of Economic Theory. - 1982. - Vol. 26. - № 1. - P. 28–58.
31. Silvestre J. Fixprice analysis in productive economies [Text] // Journal of Economic Theory. - 1983. - Vol. 30. - № 2. - P. 401–409.
32. d'Autume A. Monnaie, croissance et déséquilibre [Text] - Economica. - 1985.
33. Böhm V., Lévine P. Temporary equilibria with quantity rationing [Text] // The Review of Economic Studies. - 1979. - Vol. 46. - № 2. - P. 361–377.
34. Heller W.P., Starr R.M. Unemployment equilibrium with myopic complete information [Text] // The Review of Economic Studies. - 1979. - Vol. 46. - № 2. - P. 339–359.
35. Schulz N. On the global uniqueness of fix-price equilibria [Text] // Econometrica. - 1983. - P. 47–68.

36. Grandmont J.-M., Laroque G. On temporary Keynesian equilibria [Text] // The Review of Economic Studies. - 1976. - Vol. 43. - № 1. - P. 53–67.

37. Greenberg J., Müller Â.H. Equilibria under price rigidities and externalities [Text] - Université catholique de Louvain, Center for Operations Research and Econometrics (CORE). - 1979.

38. Dehez P., Dreze J.H. On supply-constrained equilibria [Text] // Journal of Economic Theory. - 1984. - Vol. 33. - № 1. - P. 172–182.

39. Benassy J.P. Disequilibrium exchange in barter and monetary economies [Text] // Economic Inquiry. - 1975. - Vol. 13. - № 2. - P. 131–156.

40. Laroque G. On the local uniqueness of the fixed price equilibria [Text] // The Review of Economic Studies. - 1981. - Vol. 48. - № 1. - P. 113–129.